

實踐學生的數學日記對教師的擬題與佈題的改變

林碧珍* 蔡文煥** 李嘉珍*** 柯政毅****

* **國立新竹師範學院數理教育系

***國立新竹師範學院國民教育研究所

****國立新竹師範學院數理教育研究所

摘要

本論文是在描述一群小學教師實施學生的數學日記，對他們的擬題與教學佈題的改變。資料是以研究情境的參與觀察者的角色，對每週例行一次的數學成長團體討論會、教師晤談、教師的數學日誌、和教室觀察等方法蒐集，並以在不同的時間點教師在數學日記上設計的題目變化，作為說明教師擬題改變的指標；而以教師在教學時所作的佈題改變，作為教師教學佈題改變的指標。研究發現：教師在數學日記上設計的題目，在題型上與內容上逐漸趨於深化與廣化；深化與廣化是教師最常設計給學生擬題的類型是由原來的算式類增加為文字類、圖表類、數學概念類、和解題過程類、故事類。在教學佈題方面，最初僅考慮到生活化、情境化、趣味化之外，教師也瞭解到數學結構的重要性。學生在數學日記上的所出的題目是教師教學佈題取材的重要來源。

關鍵詞：歷程檔案評量、數學日記、數學日誌、擬題、佈題

實踐學生的數學日記對教師擬題與佈題的改變

林碧珍* 蔡文煥** 李嘉珍*** 柯政毅****

* **國立新竹師範學院數理教育系

***國立新竹師範學院國民教育研究所

****國立新竹師範學院數理教育研究所

壹、緒論

數學解題能力是八十二年的國小數學課程標準所要培養學生的數學涵養之一(教育部, 1993), 也是九年一貫課程數學學習領域的數學目標之一(教育部, 2000)。雖然解決問題的能力重要, 然而, 心理學家也認為形成數學問題很重要, 本質上, 形成問題是一種極具創意的心智活動, 其價值性並不低於去解決問題的答案。Wertheimer 認為:「思考的功能不祇於解決問題而已, 它還具有發現、預見, 以及深化問題的作用, 在重大發現中, 就屬於找到某個特定問題最為重要, 預先察覺並提出深具創造性的問題, 經常是重大發現的關鍵所在, 其重要性遠大於問題的解答」(引自許育彰, 2000)。

近年來, 世界各國的數學課程逐漸地重視學童形成數學問題能力的培養, 研究者更是將其視為是數學活動的重要核心 (Brown & Walter, 1993; Silver et al., 1996)。諸如: 美國數學課程評鑑標準和數學教學專業標準均特別強調: 佈題或擬題是引起學生學習興趣的一項重要教學活動 (NCTM, 1989; 1991)。在臺灣, 形成數學問題能力與解決數學問題能力, 一樣的受到九年一貫課程數學學習領域的重視 (教育部, 2000)。另外, 在我國居於研究領導地位的國科會, 在八十五年「數學教育—學門資源整合規劃修訂」研究報告中亦呼籲: 讓擬題及佈題成為解題活動中整體的一部分, 在擬題研究上, 必需視擬題及佈題活動為解題研究的第一步 (國科會, 1996)。這些年來, 在數學教育研究方面, 研究的領域有逐漸移向擬題或佈題的焦點上, 有些研究致力於學生擬題 (English, 1998a; Leung & Silver, 1997; Silver et al., 1996; Silver & Cai, 1996)、職前或在職之中小學教

師之擬題或教室中教學佈題 (English, 1997a; 1997b; Gonzales, 1994; Leung, 1997; Leung & Silver, 1997; 林文生, 1996; 林德宗, 1999; 陶惠昭, 1998; 梁淑坤, 1994; 1996a; 1997; 1998; 劉芳妃, 1998)、及擬題評量 (Leung, 1996; Silver & Cai, 1996; 梁淑坤, 1996b)。除了上述提及之數學課程改革的發展和數學教育的研究趨勢外,另一個將教師形成問題的能力列為本研究的研究目標的考慮因素是:基於筆者過去的研究發現,教師的形成問題能力與教學佈題相關的知識,是教師最迫切需要的專業涵養 (林碧珍和蔡文煥, 1999)。

雖然在有關擬題的研究文獻上出現了許多不同的語詞,諸如:「找出(finding)問題」、「形成(formulating)問題」、「創造(creating)問題」、「擬出問題(posing problem)」,但是它們的共同目的是要形成一個問題或題目。本論文涉及的形成數學題目,出題者是教師或學生;教師形成問題的能力是從兩個層面檢視:一是從教師在數學日記上設計的題目,稱之為教師擬題;二是在教學活動進行中教師出給學生進行的解題活動的數學題目,稱之為教學佈題。學生形成問題的能力是指學生能依據數學日記上需要出數學题目的程度,界定為學生擬題。本文並不去探討數學日記的使用如何提昇學生擬題的能力,有關這方面的研究結果將另文撰寫。

既然數學課程改革及數學教育研究均在強調學生形成問題能力的重要,究竟教師要如何培養學生形成問題的能力?為能回答此一問題,即是要提昇教師的專業知能,因為要能培養具有形成問題能力的學生,教師必需先具備有形成問題的相關知識與能力。然而,此處教師是為學生而形成的數學問題,故有其不同的目標之分,有些題目可能是為促進數學概念間的連結,有些題目可能是為提昇學生的形成問題能力,或有些題目可能是為提昇學生的批判性思考能力。

由於能力不是短時間可以培養的,因此教師形成問題的能力在本研究將以透過協助教師實踐學生的數學學習歷程檔案評量來達成。學生的數學學習歷程檔案評量需要以有目的的方式蒐集資料內容,本研究的學生數學學習歷程檔案是以培養學生的高層次思考能力為目標,高層次思考能力包括學生的形成問題能力及批

判性思考的能力。究竟教師如何命題始能評量學生的高層次思考能力？此問題是本研究的研究焦點。

許多評量的文獻指出：學生的數學學習歷程檔案必需以有目的的方式蒐集學生的作品，這些作品可以是學生在平時的個人表現的記錄，每次的月考、平時考、家庭作業、筆記、數學日記、學習單等 (Lambdin & Walker, 1996; Crowley, 1996; 吳毓瑩, 1998)。在本研究學生的數學學習歷程檔案的內容，期望能看到學生在形成問題能力、解題能力、批判性思考能力等方面的提昇，因此將教師設計用來發展學生此等方面能力的題目，配合者教學活動內容，作為命題素材的來源，在課後由學生完成的作業，稱之為數學日記，數學日記成為是存放在學生的數學學習歷程檔案夾內的唯一內容。

筆者深信教師在設計數學日記上的題目的過程中，可以培養教師的形成問題能力；除此之外，教師形成問題的能力也會類化或施展到其他的情境中，如在教學佈題的情境。透過實踐學生的數學日記過程，教師在數學日記上命題的形式及內容如何改變？及其對教師在教學活動的佈題的影響？是本研究的兩個研究問題。

本論文是呈現一個研究「協助教師實踐學生數學學習歷程檔案評量研究」的部分研究成果，這個研究是一個以協同行動的研究方式探究研究問題，研究過程蒐集很豐富的資料，這些資料的分析及研究發現將以不同的主題，發表在不同的研討會及學術性的期刊。有關研究者協助教師實踐數學學習歷程檔案評量的行動策略及對教師專業知識成長的影響，請詳閱林碧珍之『協助教師實踐學生數學學習歷程檔案評量之研究—數學日記是瞭解學生數學學習歷程的一種資料形式』（林碧珍, 2001）；有關教師實踐數學學習歷程檔案評量的實務經驗和改善的問題，請參閱林碧珍等人（2000）之『透明化教師實踐學生數學歷程檔案評量的行動策略』。有關教師如何設計給學生使用的數學日記以提昇學生的擬題能力、溝通能力、批判性思考能力，請參閱林碧珍（2000）之『從學生的數學學習歷程檔案評量看九年一貫課程數學學習領域的「連結」』。而本論文主要在描述教師透過

實踐學生的數學日記的歷程，在數學日記上命題形式及內容的轉變及如何影響教師在教學時的教學佈題。因此，在描述本研究的研究發現之前，有必要先對有關協同數學成長團體運作的機制及有關數學日記的實踐過程或探究活動作詳細的介紹。

貳、研究方法

一、參與研究教師

本研究的目標是要整合「教學」「課程」「評量」的關係，幫助教師重視學生高層次思考的評量，數學日記是用來提昇教師命題能力的一個情境脈絡。

為達成研究目的，本研究在新竹市頂埔國小組成一個協同數學成長團體。團體成員包括研究者、共同研究者、八位核心參與教師、四位非核心參與教師、和三位研究生（研究助理）。由於本論文在於說明教師透過實踐學生的數學日記後所獲得的成長和改變，所以必須先將研究人員的立場界定為研究情境的參與觀察者，參與研究的教師是研究的主體，也是研究的客體。本研究之研究教師主要是八位核心參與教師，其中的五位是三年級的芳芳、英英、香香、又又、玉玉老師，三位是二年級的素素、菁菁、玲玲老師，核心參與教師在本研究是在建立實踐學生數學歷程檔案評量的共同經驗，在研究中他們被視為是研究的主體，因為他們被期望是實踐學生數學日記的經驗分享者、數學成長討論會的參與者、研究的積極主動參與者，他們在團體的討論會上被期望成為理性的批判者。另外，四位非核心參與教師的兩位行政人員的角色較多的成分是給予行政上的支援，和兩位實習教師是以學習的角色參與這個數學成長團體。

本論文是以四位參與研究的成員的觀點，描述教師在佈題方面的成長與改變。四位參與研究的成員中的研究者與共同研究者，以參與觀察者的角色，在研究情境中從教師在討論會中提出的觀點的改變、教師在數學日誌上的省思、教師

設計的數學日記、和教師的期末晤談等資料進行分析，說明教師的成長與改變。另外兩位研究成員（嘉嘉、政政）是碩士班研究生，以研究助理的角色，協助本研究的資料蒐集。

嘉嘉是國民教育研究所研二的學生，大學是主修中文。數學曾經是她最害怕的學科。研一時就擔任研究者執行第一年計畫的研究助理，可能是她和協同數學成長團體的教師一起成長，對團體有一份深厚的感情，所以碩士論文的研究是與數學相關的主題，而且是在筆者主持的該計畫下相關的主題（李嘉珍，2000）。兩年來，她以陶淵明的「桃花源記」描寫她對協同數學成長團體的感覺。

「晉太原中，武陵人，捕魚為業，緣溪行，忘路之遠近。忽逢桃花林，夾岸數百步，中無雜樹，芳草鮮美，落英繽紛，漁人甚異之……。」《陶淵明，桃花源記》

曾經自詡為「武陵人」¹的我，沒想到在多年之後，真的走入了一個「桃花源」，而那個「桃花源」，正是協同數學成長團體。

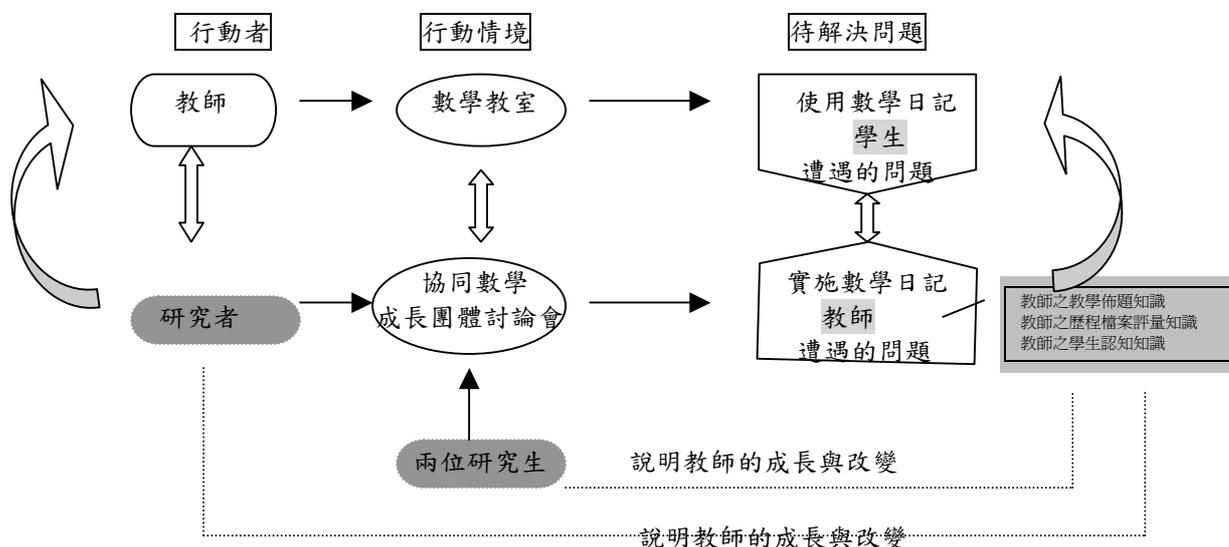
政政是數理教育研究所一年級的學生，至目前為止，只有一個月的實習教學經驗，在團體中，抓取拍攝協同數學成長團體教師的教學鏡頭，是政政學習如何教學的好機會。

二、研究架構

本研究的目的是在協助教師落實數學學習歷程檔案評量於實際的教學中。所以研究者（筆者）要解決的是教師在實施學生的數學日記所遭遇的問題；同時，教師要解決的是學生在使用數學日記所遭遇的困難，所以研究者與教師都是行動者，研究者的行動情境是在協同數學成長團體討論會。數學日記是為學生而設計的，所以教師的行動情境是在教室，教師們會在教室中遭遇的問題帶到討論會中與研究者和其他教師共同分享，以圖一之空心雙箭頭（) 表示教師的行動策略和研究者在討論會中所進行的活動是相互影響的。雖然教師的行動策略和研究者的行動策略是相互影響，但是教師的行動策略依循從發生問題、提出計畫、行

¹ 筆者畢業於桃園縣武陵高中，在高中時，常戲稱自己為「桃花源記」中的「武陵人」。

動、修正策略、再行動的循環歷程，在這循環歷程所做的修正與改變，受到較多是來自於數學成長團體專業對話的影響，特別以空心單箭頭 (↷) 指示。



圖一：研究者與教師的行動情境和研究問題之間的關係

由於每位教師在教室中實踐學生的數學日記的所有歷程，並非能在討論會中完全透明化，為了能使教師的行動策略作為他人改善學校情境的經驗，因此，鼓勵教師撰寫行動研究報告，是一個可行的策略。有關教師實踐數學日記的實務經驗和改善的問題，請參閱在本次研討會的一篇論文林碧珍等人(2000)之『透明化教師實踐學生數學歷程檔案評量的行動策略』。

除了外顯的實務方面的改善問題，教師內隱的專業成長，也可能是透過行動研究的過程而獲得。為了瞭解有關透過實踐數學學習歷程檔案評量而獲得教師內隱的專業知識的提昇，除了透過教師洞察到自我覺知的成長與改變的自我成長報告之外，透過在研究情境的客觀觀察者所蒐集的資料，也是作為說明教師成長的一個方法。這一篇論文從研究情境的客觀觀察者來描述教師的專業成長與改變，而教師的專業成長與改變的層面，在本論文僅針對在數學日記上的佈題與教學佈題的知識與能力。

三、擬題和佈題相關的探究活動

本研究主要在探究教師在數學日記上的命題與教室中的教學佈題的改變。為了提昇教師在數學日記上的命題及教師在教學中的佈題的改變，本研究進行了以下的探究活動：

(一) 有關數學日記的探究活動：

- (1) 試行給學生寫數學日記：試行的目的有二：一是了解教師對數學日記原有的認知；二是在幫助教師建立共同實踐數學日記的經驗，讓教師先體驗數學日記在實踐中所遇到的困難或去體驗數學日記使用的目的。
- (2) 與教師分享數學日記的素材：由於教師在初期階段對數學日記的意義及使用的目的不甚清楚，提供可以作為數學日記的擬題素材與教師共同分享。例如：以林文生（1996）在教室中觀察教師的六種佈題類型（文字題、算式題、圖形題、圖表題、組合題、和鷹架題），和擬題、佈體、和命題的區分（梁淑坤，1994；1996a；1997；1998）。
- (3) 討論數學日記的功能：在進行討論數學日記的功能之前的必要條件是有試行數學日記的經驗。這個討論會的目的是要幫助教師提昇數學日記的使用，提昇學生高品質的數學學習，而不是為實踐數學日記而做。實踐數學日記的經驗越多，越能釐清數學日記的目的，越能從數學日記、學習單、及數學習作的不同，而掌握數學日記的特色。
- (4) 教師實踐數學日記的經驗交流：由於試行數學日記時彼此都有實踐數學日記的經驗，所以經驗的分享能彼此體驗共同的困難，增進團體之間的感情，從中以建立數學成長團體的生命共同體，研究者以週為單位將教師的數學日記上比較不同的題目整理在投影片上與教師們共同分享。
- (5) 寫給教師一封信：寫這封信是在幫助教師看到自己設計題目的特性，也在幫助教師從僅在乎對或錯的評分轉移至能看到學生的解題歷程或需要學生在數學日記上的擬題。例如：

親愛的菁菁老師:

感謝您在數學日記上的用心,您的題目相當多元,而且也鼓勵讓學生擬題,相信學生在您的指導之下,對於數學的概念會更加的清楚。

我們也針對您給學生在10月4日的數學日誌當中,有一題「你學了二位數的加減,在實際生活中你會怎樣去用呢?對我們做什麼事會有幫助?請你寫一個你實際用到二位數的加減的例子,若沒有,請你趕快去用用看,再寫出來。」作了以下的分析。

類型	加法	減法	先加後減
添加型	3		1
並加型	11		6
拿走型 資料不足		10 2(徐誌煒、許庭璋)	7
比較型		0	0
非題目	1(李宜倫)		
小計	14	10	7

所謂一個數學問題,應該是包括數學內容、表徵(用數字、算式...等不同表徵方式)、情境佈置和問句。而根據國內學者所作的研究,我們可以將學生的擬題做以下的評分:

非題目	題目				
1	非數學	不可行	資料不足	適中	資料超過
	2	3	4	5	5

因此,您下次在評量學生擬題時,可以試著參考這份評量標準;此外,您的學生在擬題時習慣使用與買賣、錢幣的情境,一共有28人,所以可以鼓勵學生多用不同的情境來擬題,才容易類化到各種問題。

(二) 有關教學佈題進行的探究活動：

- (1) 邀請梁淑坤演講教師教學佈題:演講內容以教師教學中可採用的佈題方式為主,並示範師生共同佈題的技巧,讓教師吸收更多元的佈題方式。
- (2) 欣賞情境教學錄影帶:這卷錄影帶的內容是以數學教室的情境為主題,觀賞之後,教師們共同討論有關教學佈題的特點。
- (3) 閱讀擬題與佈題的文章:在期初,研究者將佈題擬題與評量相關的文章,裝訂成冊,讓教師們閱讀相關的理論。
- (4) 分析已教過或預教的各版本數學教科書上的教學活動用的題目:主要是了解教師的教學佈題所關心的層面。分析後,分享彼此的分析以擴充佈題的觀點,試探教師針對某一預教的單元,以瞭解教師可能對活動的佈題所做的改變,並瞭解教師的佈題知識是否提昇?
- (5) 加減法的語意結構與乘法問題結構:幫助教師能從數學結構的觀點考慮

教學的佈題。

四、資料蒐集與分析

本論文的目的是在呈現教師在實踐學生的數學日記下教師的擬題與佈題的改變與成長。用來蒐集與教師擬題與佈題相關的資料主要是教師在學生數學日記上設計的題目和教師的教學(47節課)。有關教師原有的佈題與擬題知識的蒐集是在協同數學成長團體的討論會記錄(每週一次),教師晤談(第一學期末和第二學期末),教師的數學日誌、和教師在討論會上所進行的工作任務(tasks)分析所留存的記錄。將討論會記錄與教師晤談記錄逐字轉錄,再重複閱讀逐字稿。以時間的縱向序列考慮,分析每位教師在數學日記上的題目的改變,以學生在數學日記上的表現作為題目分析的輔助資料。教室觀察的資料,首先將拍攝的教學錄影帶轉錄成書面資料如同教案的格式,以編碼方式,依據佈題的題數、佈題的素材(算式題、文字題、圖表題、圖形題、活動題)、情境(物件的種類)、表徵方式、數學結構、題目的來源,作為分析資料的架構。

參、研究結果

一、教師在數學日記上命題的改變

在初期,教師設計數學日記的題目所遭遇的最大困難是:不知道要出什麼樣的題目。在初期的一個月,若以題目的目的來分析教師在數學日記上設計的題目,分為三種類型:第一種是為了加深孩子的數學概念;第二種是為了瞭解孩子的學習感覺及學習心得;第三種是為了給孩子出數學題目,更而,這類型的題目,大部份的素材是算式的形式。一直到在討論會上,研究者提供給可以讓學生擬題的另類素材,教師才知覺到給學生擬題素材可以有這麼的多元。下面這段話是錄

自菁菁老師的數學日誌：

林教授的說明給我很不一樣的想法，原來學生的數學題目可以有這麼多的類型，自己以往的認識只限於課本習作的練習題，從未想過有這麼多的發展空間，尤其將傳統以教師出題導向改為學生擬題，而且學習數學並不在於學生會不會做題目。除此之外也讓學生重視反省學習的過程和反省學習的歷程，這對我數學教學所持的觀點來說是個很大的震撼。(菁菁, 數學日誌, 881101)

經過這次的討論會，教師在數學日記上設計的題目的觸角才開始往外擴張，透過每週研究者將每位教師設計的不同題型整理並印製在投影片上，共同分享，而使得在題目的形式上逐漸趨向於創意及多樣化，而且也慢慢地發展出具有個人特質的題目，芳芳老師的題目很在乎孩子解題的多樣化，素素老師的題數仍然以多取向，玲玲老師以學生需要幫助教師的方式來讓學生出題。

從學年的期末晤談發現：大多數的教師都能自省到上學期自己的數學日記是為寫數學日記而寫數學日記，到了下學期，他們都能釐清數學日記的特殊意義，能區分數學日記與數學習作的不同，他們所設計的數學日記不是只在追求題型上的創意及變化，而是為了配合教學活動後提供機會讓孩子在課堂所學習的概念再次的反芻，讓他們能隨時進行上一節課的補救教學。

若要說明教師在數學日記上的改變，最好的呈現方式是以每個個案的縱向面發展。由於篇幅限制，本論文僅分析三年級（芳芳老師）和二年級（玲玲老師）各一個個案作為教師在數學日記上擬題的改變說明。

（一）芳芳老師

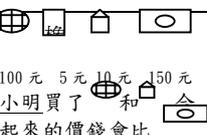
我們觀察到：也許是因為芳芳老師剛開始對於數學日記的內涵還有點不清楚，因此對於數學日記的實施還有點怯步，但是經過三次的討論會之後，芳芳老師才開始嘗試她的第一份數學日記，這份數學日記的第一個題目是提供機會讓兒童將當天所教過的內容做一個回顧，讓兒童反省自己今天在課堂上的表現，以加深當天學過的課程內容。第二個題目是屬於給孩子一個開放性的擬題題目。

1、今天的數學課我學到了_____（用自己的話或畫圖寫下來）。

2、用『>』、『<』和『=』符號，出一個題目給自己做。

依據第二題學生在數學日記上所出的題目，整理歸納分析於表一。我們看到孩子出題的多樣化，使用豐富的情境，除了文字題外，有少部份的孩子也加入了圖形在擬題的情境中，從此看到孩子豐富的創造力。從芳芳老師出的題目中，我們發現到只要提供一個適當的題目，便能引發兒童多樣化的思考，從中培養兒童創造思考能力。非但如此，從孩子的擬題中，也能檢驗孩子對於該概念是否真正的理解。

表一 學生對於「用『>』、『<』和『=』符號，出一個題目給自己做。」的擬題類型

擬題類型	誰比較多	一樣多	其他	答錯(題目不完整)
學生擬題舉例	小百合有 250 顆糖果，小沙利有 200 顆糖果，誰比較多？	小麗和小美到便利商店買東西，小美買了鉛筆盒 50 元和彩色筆 85 元，小麗買了玩具熊 145 元，他們兩個是不是一樣多呢？	小美和小麗一起去逛花市，小美買了一個 400 元的娃娃，小麗買一枝 320 元的自動鉛筆和一台 180 元的小汽車，小麗會比小美花的多嗎？	小美和小冬一起去百貨公司買化妝品，小美買了一盒口紅和一瓶化妝水。
	小明有 200 元，小方有 2 個 100 元，誰比較多？		小強和阿國一起去商店買東西，小強買了一個 76 元的牛奶糖和一個 45 元的巧克力，阿國只買了一瓶飲料 135 元，小強會比阿國買的還要貴嗎？	小華有 2374 元小明有 2367 元，媽媽再給小華 6 元。
	 <p>100元 5元 10元 150元 小明買了和起來的價錢會比價錢多？</p>		小明有 80 元，小華有 36 元，小楊有 110 元，(1) 小明和小華加起來共有多少元？(2) 小明和小華有沒有比小楊多呢？	小明和小美去買娃娃，小明買了一個 40 元娃娃，和一個 65 元的娃娃，小美買了 28 元的娃娃，小明比小美多花多少元？
人數	20 人	1 人	6 人	6 人

從表一的分析，從孩子的擬題顯示：大部分能掌握對於「>」、「<」和「=」符號的意義，全班 37 人中還有六個人還沒有能力形成一個完整的數學題目。從孩子的答題中，他們在問句上有使用『誰比較多』的傾向，鮮用『誰比較少？』或是『一樣多嗎？』的問句。這樣的現象，有可能受到芳芳老師的教學影響，當我們再進一步追溯原因，以非正式訪問芳芳老師的教學佈題及再分析她在前面幾次的佈題，確實證實了芳芳老師的教學有使用『誰比較多？』的傾向。從這個現象反映了一個事實，孩子的出題，深受教師教學佈題的影響。

此外，在 88 年 10 月 1 日給孩子的數學日記裡，芳芳老師出了一個這樣的題目：

(1) 

這裡有 () 個盤子，各放 () 個 

請用連加法算出有幾個 

請用乘法算出有幾個 ? () \times () = ()

請說說看第 題的方式是什麼意思?

(2) 請用 $3 \times 2 = 6$ 的式子來出一個題目，可畫圖或用文字。

第 、 題是幫助學生瞭解單位數與單位量的意義。接著在第 題，開始導入本單元的目標 (乘法)，使用乘法去解題；在第 題中，要求學生監控自己的解題過程，可以培養學生後設認知的能力。從芳芳老師的出題形式與內容來看，可以看得出來，她逐漸唾棄數學只是死背公式的教學觀，轉而為逐漸重視瞭解學生的解題意義。整體而言，芳芳老師所出的這份題組，有助於診斷學生學習的情況，可以很清楚的瞭解學生在哪一個地方發生問題？需要加強的地方在哪裡？

從分析芳芳老師在九月份與十月份的數學日記上的題目顯示出：她在數學日記上的佈題有了改變。改變的是，她將佈題的重點放在兒童的思考上，開始重視需要學生擬題的題目；然而，在這個階段她需要學生擬題的題目大多是以算式的素材為主，如：

請用 $5 \times 6 = 30$ 的式子來出一個題目。可用畫圖或用文字 (數學日記, 881004)

當分析芳芳老師的數學日記上的題目時，發現從十一月份起，數學日記上除了有需要學生擬題的題型外，又增加了給學生寫數學故事題和質疑辯證的題型。例如芳芳老師佈了一題：

今天上數學課時，老師編了一個『李明鴻的壓歲錢』的數學故事，其中有故事情節，也有數學題目。小朋友，請你模仿老師的方法，自己編一個和壓歲錢有關的數學故事。(數學日記, 890225)

薇薇小朋友編出下面了的數學故事：

2月5日是過年，雖然胡志剛的紅包很少，可是他不死心，決定去要紅包。首先，他先去阿姨家，阿姨說：我給你 600 元當作紅包。然後因為胡志剛已經有 100 元了，所以 $6+1=7$ ，他就有 700 元了。可是他還是嫌太少，所以又去要了，他走到外公家，

薇薇

芳芳老師在成長團體的討論會上，曾經提到設計這個题目的背景，她利用孩子剛過完年都有拿到紅包的情境，在教學中佈了一個與過年收紅包相關的情境，進行三位數的加法問題，這樣的佈題與真實生活情境相結合，孩子解題的興趣很高。在教學後，芳芳老師在數學日記上的題目就設計了一個由孩子說出數學故事的題目。從孩子的數學日記，我們看到大多數的孩子都能寫出一段以週遭相關的人物為數學故事的主角。

芳芳老師加入成長團體將近一年的期間，確實看到她在佈題方面的改變與成長。初期，她的數學教學著重的是孩子會不會算題目，出給孩子在數學日記的題目大都環繞著給兒童一些算式題，要求的是孩子的答案對與否；逐漸地，她的命題是在檢驗孩子的內在思考歷程，而且，在題型上變化了許多，學生的作法也變得豐富。在一次的非正式談論中，芳芳老師提到原本她也不知道可以用這樣的方式來幫助孩子學習，因為加入了數學成長團體，從每次成長團體討論會的討論與分享中，使她不斷的獲得新的想法和點子，並實踐在教學與數學日記的佈題上，從學生的解題類型中做修正，所以逐漸的影響了她對數學教學的看法和教學方法的改變。

在期末的晤談，芳芳老師提到自己在上學期和下學期使用數學日記的區別，認為上學期的數學日記是為寫數學日記而做，下學期是在釐清數學日記目的之後而使用的。她說：

我現在回憶起上學期出數學日記的題目時，覺得自己上學期的題目好像很多都是亂出的，不知道為什麼要出那些題目，這學期就知道要出哪些題目和為什麼要出那些題目，這學期有些題目是我今天上完課在回家的路上突然想到，我就把它出在隔天的數學日記上，這學期比較有能力去出自己想要的題目。(芳芳，晤談紀錄，890612)

芳芳老師曾經因加入數學成長團體而倦怠過，在上學期期末由於級務繁重，加上正好是數學成長團體舉辦學生數學學習歷程檔案評量的初步成果發表會，覺得負荷量很大，而向張教務主任提及中途退出的念頭。一直到兩位師院實習生在芳芳老師班上實習，當看到實習生的教學，在比較下，她才覺得自己的數學教學

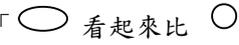
細膩的掌握，對孩子認知的瞭解是在緩緩進步中。她體認到實習生現在的教學階段就是她在加入數學成長團體前所處的階段。

(二) 玲玲老師

「該出什麼樣的題目，才能看到孩子的數學思考」，是玲玲老師在實踐數學日記初期的時候，感到最困難的。剛開始以很開放的方式的題目要求孩子去回顧一節課的內容，但是孩子所描述的都是與數學內涵不相關的內容，後來，發現玲玲老師的在數學日記上的題目逐漸重視去瞭解孩子的想法、解題過程、和澄清模糊的概念，給孩子出題目是為了提昇孩子的思考能力。

她在十一月初的數學日記上的命題，開始針對孩子有不清楚、不明白、意見不同、或有爭執的部分，進一步的加強與澄清；而且，題目是配合教學活動而設計的。例如，在容量與重量單元的教學，在數學日記上的題目是：

「老師有兩個看起來不一樣的茶杯 ，你能幫老師想有什麼方法可以知道哪一個杯子能裝的水比較多嗎？」(玲玲，數學日記，881126)

「 看起來比  大，就比較重嗎？」(玲玲，數學日記，881203)

除了數學日記的命題是配合數學教學活動內容而設計的，玲玲老師在命題時也能從生活中取材和考慮擬出多樣性的題材，也能透過數學日記來培養學生擬題的能力。玲玲老師給學生擬題所出現的五種題型是：

□算式類：給一個算式，學生依據這個算式而設計出題目。

例：請您幫 $83 - () = 38$ 出題目，並解題。(玲玲，數學日記，890315)

□文字類：呈現一段文字，由學生依據文字敘述所給的條件出題目。

例：請您自己想一想，也出一個「平分」的數學題目，把你怎麼做的，記錄下來。
(玲玲，數學日記，881215)

□圖表類：給一個圖表，請學生依據圖表資料來出題目。

例：看到這個圖 
，你想到的數學故事是什麼？(玲玲，數學日記，881210)

□數學概念類：依題目上要求的數學概念擬出題目來。

例：請您出一個「和」為100以內的二位數加法，並用算式詳細記錄解題過程。
(玲玲，數學日記，890205)

□解題過程類：給定學生課堂上討論的一個或一個以上的解法，要求學生擬出數學題目來。

例：老師出了一題數學，你能從小豪和小燕兩位小朋友做法猜猜看老師出的是什麼題目嗎？
小豪： $30+40=70$ 小燕： $35+40=75$ (玲玲，數學日記，881210)
 $5+9=14$ $75+5=80$
 $70+14=84$ $80+4=84$

□解題再出題類：給定一題目，要學生解出題目來，然後在擬出另一個題目來。

例：請先算出算式填充題 $8 \times () = 40$ ，再出題目。(玲玲，數學日記，890320)

二、教師在教學佈題的改變與成長

本節的研究結果主要是依據觀察教師的教學的資料作分析，來說明教師在教學佈題的改變，並解釋教師的這些改變是受到數學成長團體所進行的探究活動的影響。佈題的來源、佈題的素材、題目的數學結構等向度，是本研究用來說明教師們跟隨著數學成長團體以「匍匐前進」的腳步，獲得有關數學日記上命題的瞭解，慢慢地影響了自己在教學中的教學佈題改變。

(一) 教學佈題的取材來自學生在數學日記上的題目

一般教師在佈題的設計中，取材大多來自課本、指引、和習作，教師和學生都慢慢的失去了創造力，而在數學成長團體中，則提供了另一種佈題取材的新視野，就是利用孩子在數學日記上的題目來作為上課時的教學佈題。在觀察中我們發現教師利用學生在數學日記上設計的題目作為教學的佈題，多半發生在『乘法(一)』的單元，而此時期正好是數學成長團體引入以學生擬題當作教學佈題來源的時機，教師經由學習啟發後，而能接納、內化，並在教室中實踐，由此可以

看出數學成長團體有關數學日記的探究活動對教師教學佈題的影響。例如：在下學期的教室觀察中，可以清楚的發現教師開始嘗試這種新的做法，也可以看到孩子們學習數學時的創意與成長。

在菁菁老師的班級中，曾經出現了一個非常有趣的「可愛的小豬」題目，這個題目是來自於勳勳小朋友在數學日記上出的一個數學題目。在討論會上菁菁老師被問到為何選用勳勳小朋友的題目作為這節課的佈題，她說：

假設這個題目不錯，可是又很多人出，我會先選擇那些比較沉默、比較內向的學生的題目，增加他們的信心。(菁菁，討論會記錄，890410)。

佈題的另一個重要考慮是必須要能達成目標。然而，在討論會上菁菁老師提到她並沒有注意到要去考慮選擇單位量是 2、5、或 4 等等，哪個必須先呈現？直到在討論會上，菁菁老師才瞭解到課程在設計引入乘法的教學單元有特別的考慮。這個「可愛的小豬」的題目是：

T：你們的題目都很有趣喔！現在老師手上拿的，還是你們數學日記的題目喔！這個是勳勳的，很好玩，他不但出題目還記得畫圖跟老師說一下，聽聽他這個題目很好玩，來看勳勳的，一隻豬有 2 個鼻孔...

S：兩個鼻孔。

T：你怎麼知道？

S：勳勳有跟我說過。

T：一隻豬有幾個鼻孔？

S：2 個鼻孔。

T：2 個鼻孔喔！勳勳說那跑來了 5 隻豬，5 隻喔！那一共有多少個鼻孔？喔！小朋友！我先請你用算式記錄下來。

(學生拿小白板)

(板書)

5 隻豬有幾個鼻孔？

() 的 () 倍

(教室觀察，菁菁，890330)

之所以特別提出這一題，是因為孩子在剛開始擬題時，經常碰到的問題就是侷限於某些情境，像是糖果、錢幣等，和日常生活比較有關，或是他們常接觸到的題目情境，但經過多次擬題的訓練後，孩子們開始發揮自己的想像力，出一些讓大人也「會心一笑」的題目，大人們大概也想不到「一隻豬有兩個鼻孔」的情境竟也可以成為數學題目。

從教室觀察中發現當孩子把出題目視為是一種想像力的激發時，無形之間，

也更能明白在其中所蘊含的數學概念，如這一題，很清楚的可以看出孩子可以兩兩一組，已經具有「5個2」的概念，說明了學生擬題在教學中的確有其成效。

當素素老師觀察菁菁老師以學生在數學日記上的擬題來作為上課的教學佈題時，她看到孩子的學習很投入，而且對其他孩子有鼓勵的作用。因此，在她的教學也如法炮製。她從全班的數學日記中，挑選比較有創意的題目，這個題目是：

我們班有一個可愛的小朋友出了一個題目，題目是：「小白兔有3個好朋友，每個朋友有四條腿，請問他們共有幾條腿？」（素素，數學日記，890413）。

玲玲老師也同樣的嘗試以孩子在數學日記上設計的題目來作為教學的佈題，她在乘法的教學曾經對孩子說：

上次請您們出乘法的題目，好像有些人不知道老師在問什麼？對，上次，的數學日記大部分的人都出的很好，但是好像有一些小朋友沒有把握到乘法，這邊有一個題目是小委出的題目還不錯，老師想要請您們做一下，「一盒布丁有10個，十盒布丁有幾個？」（玲玲，教室觀察，890414）。

除了用學生在數學日記上的題目來作為教學的佈題之外，玲玲老師也試著由學生在課堂上當場出題，例如：在三月份的一次教室觀察，

T：有誰能幫老師出一個誰的幾倍的題目？

小安：七輛小汽車...

後潤：一顆樹有8個蘋果，5顆樹有幾個蘋果？

T：有沒有聽懂後潤的題目？請您用乘法算式記錄做法。

(二) 佈題的素材

記得在12月24日去年聖誕節的前夕（好快喔！過了一年！）時，那天照例到素素老師和玲玲老師做教室觀察，那天學校洋溢著一片歡樂的氣氛，每個小朋友的臉上都洋溢著喜悅，在詢問之下，才知道接近中午休息時，學校的組長、主任要扮成聖誕老公公、老婆婆的樣子，到各班去發禮物，所以每一個孩子都在期待著。這天，剛好是上到了課本活動三「將總量分成幾個幾」，原本的佈題情境是「貝貝熊分蜂蜜」，但是因為孩子們目前最關心的就是聖誕老公公，因此素素老師和玲玲老師就「衝著」孩子這股熱情，佈了下面兩道題：

「聖誕老公公準備12份禮物，12份禮物可以有怎麼排法？請你幫聖誕老公公看有幾份，我現在用磁鐵排，雅玲數數看有幾份？」（教室觀察，素素，881124）

T：你們很期待聖誕老公公對不對？

S：對。

T：聖誕老公公發糖果，他一包一包的裝著，一包裡面裝了10顆，他給我們9包糖果，一包糖果有幾個呢？

S：10個。

T：有幾個10呢？

S：9個十。

T：那他剩下6包糖果是幾個十呢？

S：6個十。

T：他給我們9個10對不對，還剩下6個10，請你比比看9個十和6個十多幾個十？你怎麼知道？懂老師的意思嗎？

S：懂。

T：拿彩色筆和紙在紙上做做看。”（教室觀察，素素，881224）

在孩子處於興奮的情況下，老師如果還佈「貝貝熊」的問題，相信並不能凝聚住孩子的目光，此時，若能「順水推舟」，配合當時的情境，佈個「聖誕老公公發禮物」的問題，孩子一定能被吸引住，提高解題的效率。果然，那兩節課孩子都特別的專心。

這種配合節令的情況，或者是結合其他學科的教學來佈題，是三位老師佈題時的共同特點，比如說，玲玲老師的東門城賞花（以口述佈題）：

“春天到了，花園裡開了很多的花，開的最多的花是什麼花？老師上次有介紹過一種花，那種花的顏色很漂亮，我說有時間可以去東門城看一下，那種花是什麼花？..木棉花開了好多，它的樹枝呢，一枝開了六朵花（畫木棉花），它的花是這樣紅色的，有沒有，一枝開了六朵，我現在要問你喔！這顆木棉花有六枝樹枝，請問這顆木棉花開了幾朵花？來拿小白板。”（教室觀察，玲玲，890320）

在這兩個例子中，看到玲玲老師在教學時的變通性，在這個成長團體下的教師，在不知不覺中，已經能隨著不同的狀況，來改變自己的教學。這個題目在佈題的過程中就在幫助孩子建立木棉花的特性，是結合自然科的教學、和鄉土的教學。

從教學佈題的素材來看，教師仍然偏重於文字題的形式，但是會隨著單元的需求，而使用不同的佈題素材。教師的教學佈題比較會考慮到配合節令（聖誕老公公）、流行的玩偶或卡通（皮卡丘、小熊維尼）、或民俗的文化活動（冬至吃湯圓）以達到佈題的生活化、趣味化、活潑化。而在佈題的過程中，教師也比較著重在幫助孩子對題意瞭解，因此屢次確認「題意」是教師教學佈題的特色之一。

(三) 教學佈題的結構

數學成長團體成立第二年的初期，新加入團體的教師可能在佈題時只考慮到符合學生的生活經驗，但卻缺乏對數學題目本身特質的瞭解，教師並沒有察覺到它也是造成學生學習的困難的因素之一。對於已在數學成團體一年的教師已能掌握加減法語意結構的各種類型問題，但仍然缺乏乘法結構的認知。例如：在10月18日我們觀察王玉老師進行三年級的『解決二位數乘以一位數』的乘法教學時，她佈了一道題：

『真好喝果汁吧有12種口味的果汁，杯子分大、中、小三種杯子，請設計一個菜單，並且，想想看客人有幾種選擇？』

全班學生中只有一位學生能設計出36種菜單。除了學生無法明確的想出12種果汁名稱是原因之一外，不同顏色的果汁搭配不同大小的杯子，共有幾種的配對問題是在乘法的問題中最困難的類型(Vergnaud, 1983; Greer, 1992; 林碧珍; 1991)。依據Vergnaud從度量空間之向度(dimensions)的解釋，配對問題的數學結構是由兩個度量空間的叉積(cross product)而產生的第三個度量空間，它同時涉及到三個度量空間。在此果汁問題中涉及到已知的兩個度量是果汁的口味及杯子的大小，這二個度量配對後產生的第三個度量是杯子裝著果汁。孩子們要能解決此問題必須能看到大杯可以裝有12種果汁，中杯也裝有果汁12種的可能，小杯可以裝有12種果汁；也就是將原來的配對問題『有12種口味的果汁，大、中、小不同的杯子，設計成菜單，客人有幾種選擇？』轉換成問題『有大、中、小的杯子，每一種杯子可以裝有12種不同的果汁，共可裝成幾杯不同口味的果汁？』。配對的問題雖然符合學生的生活經驗，但它涉及的數學結構較為複雜，題日本質上是屬於較為困難的類型，對於初步進入乘法意義學習的三年級學生而言，會有困難解決這道配對問題是很自然的現象。配對問題不適合出現在三年級的乘法問題，比較適合的類型是多重群的問題(例如：『一盒彩色筆有12枝，3盒共有多少枝彩色筆？』)，或陣列問題(array)，例如：

共

有多少人？

因為這次的討論會，拓展教師在教學佈題的另一個考慮「哪一種佈題比較能達到教學目標」。又又老師在她的數學日誌上就反映出數學結構的討論有助於她對教學佈題的掌握。

...看到玉玉老師的教案，實在令人詫異，這題目對三年級學生而言實在是太難了，我不清楚孩子到底是否能真正理解乘法的意義。就連我對這題目都搞不清楚，所以我就認定它是與配對問題有關。但是我這樣的觀察仍侷限在表象，不夠深入的直覺判斷。一直到在討論會上教授呈現出她以前的乘法結構問題研究的報告結果，才讓我們瞭解到：配對問題是在乘法的結構類型中最難的。我的直觀判斷才因此得到理論的支持。另外，教授也說明了：一個盤子有3個蘋果，6盤有幾個蘋果？孩子可以利用舊有的經驗來達成，但是組合的問題，是孩子的數學學習經驗尚未建立的，所以孩子遇到這樣的例子，不知該如何去解？這是教授的見解，也使我們在教學上可以更加細膩的來處理這樣的教材。

玉玉老師在反省自我教學時，提到：以前教乘法是 $3+3+3+3+3+3=3\times 6$ ，讓孩子去加加看，並對照九九乘法表查查看，但是這樣乘法的教學只是答案相同，並不表示對乘法意義及概念的掌握，那麼「 $3+3+3+3+3+3$ 是否等於 9×2 呢？」我想，孩子會以為答案相同，就是乘法的意義，那乘法概念的建立是會發生困難的。「 3×6 」是代表3有6個，有6個3的意思，是3的6倍，而非答案的相同就是乘法。另外單位量是一位數和二位數，不是在區分乘法意義的不同，而在解法上及認知層次上的不同。....（又又，數學日誌，881011）。

有關數學的內涵也是在面對面的訪談中，教師們最缺乏也是最想要獲得的東西。在玲玲老師12月6日單元是「幾個幾」的教室觀察中佈了一題：

「7人打鼓要14支鼓棒，8個人打鼓要幾隻鼓棒？9個人？10個人？」（教室觀察，881206）

「幾個幾」的單元，強調的是單位量的轉換，雖然在概念的建立上是透過單位量的轉換，然而要解決7個2是多少時，仍然需要孩子舊有的加法經驗，因此產生了「單位量轉換」的討論，只是多數學生經常不知道 $2\div 7$ 和 $2\div 8$ 之間的關係，這是老師佈題時要把握住重點，強調彼此間的關係：

「老師在使用它的時候，往往就抓不到他的重點，...他這裡累加的量是2的連續加，如果是7個人再加一個人，可以看到這之間的關係性。」（討論會記錄，881206）

在乘法這個單元中，最困擾教師們的應該是孩子都背過九九乘法表了，所以要引出孩子去了解每一個單位數和單位量的意思，變得十分的不容易，而其他教師也認為因為玲玲老師突破到10，可以破除學生背九九乘法表。透過這樣的教學討論後，教師們把握住這一個要點在教室中實踐。

- T: 我現在要問的是 8×10 , 20 號?
S: 80。
T: 你怎麼知道是 80?
S: 因為 $72+8$ 。
T: 這題為什麼要用 $72+8$? 為什麼不用 $64+8$?
S: 因為 8×9 是 72, 再加一個 8 就是 80。
T: 老師的題目出的是 8×10 , 可是乘法表最多到哪裡?
S: 9。
T: 8×9 多少?
S: 72。
T: 所以穎穎說因為?
S: 因為老師出的是 8×10 , 所以要把 9 拿下來, 再加一個 8。
T: 九九乘法表有沒有 8×10 ?
S: 沒有。
T: 所以, 可是九九乘法表到哪邊?
S: 8×9 。
T: 那 8×10 比 8×9 多多少?
S: 一個 8。
T: 所以我們要用 72 加一個 8。你們厲不厲害?
S: 厲害。
T: 所以我要出更難的。 4×11 是多少? 彤彤? ” (教室觀察, 玲玲, 890324)。

因為教師可以出超過乘法表的問題, 就可以讓學生去挑戰「背」乘法表的方法, 因為它找不到 $4 \div 10$ 等於多少? 從這個例子顯示玲玲老師的教學逐漸重視學生對數學概念的掌握而非在記憶數學的事實 (facts)。

肆、結論

本研究發現: 數學日記的使用能培養教師形成問題的能力, 而且是提供給學生擬題活動的適當場所, 是培養學生形成問題能力的最佳管道之一; 是教師教學佈題的取材來源之一。

一、教師在數學日記上命題的改變

從教師在數學日記上設計的題目的改變, 可以看到教師在擬題的知識及能力的提昇。在初期階段, 成長團體的教師難以在數學日記上設計與教學活動相配合的題目, 他們不知道出哪些題目才能看出學生細膩的思考過程。教師在數學日記

上需要給學生擬題的最常出現的典型素材是：給算式讓孩子出一個數學題目。透過數學日記的分享，提昇了教師在數學日記上命題的品質，在題型上與形式上逐漸趨於創意性及多元化，逐漸瞭解如何設計與教學活動內容相配合的題目；教師們也瞭解到命題是決定於這份數學日記的目的。教師在數學日記上的命題，確實能讓教學與評量整合在一起。在數學日記上的題目設計以教學活動內容為考量，是以澄清孩子的數學概念、或作為教學活動的延伸，就是將教學融合於評量中；相反的，從學生在數學日記上的解題表現，大多數孩子的困難是因為活動內容太難，或是孩子的認知發展尚未成熟，還是自己的教學佈題不夠清楚，數學日記是依據一節課或兩節課的教學內容而設計的，當發現孩子有困難時，可以幫助教師作隨時作調整或作立即的補救教學，這就是將評量整合於教學中。

有關在數學日記上需要給學生擬題的題目，本研究歸納為：算式類、文字類、圖表類、數學概念類、解題過程類、解題再出題類、故事類。這些類別與梁淑坤（1998）提出的擬題類型：算式、文字、圖表、解法、答案、題目六大類相較之下，多出了故事類；而且，本研究的解題過程類異於梁淑坤的答案類在於前者強調依據在課堂上學生的不同解題過程來出數學題目，而非如後者在於僅依據提供的解答來出一個題目。

二、教師的教學佈題

在數學成長團體的教師，由於需要在數學日記的命題上力求題目的變化，創意化、生活情境化，研究發現：教師在教學佈題最容易做的改變是數字的大小、情境、和題目中涉及的人物。特別是數學題目中涉及的人物，由於在數學日記上的題目是來自於學生在課堂中的活動，因此題目中涉及的人物自然是班上的學生，教師們從使用學生的數學日記察覺到：數學題目上涉及的人物是自己班上的人名，有助於學生的解題動機。教師這樣的想法，也影響了他們在教學中的佈題，在教學佈題時，經常以班上的學生作為題目的主角，以引起學生上課的注意力。

教師在數學日記上形成問題的能力，在廣度及深度的考量上也影響教師在教

室中的教學佈題上。從佈題的生活化上，為使情境生活化，教師最常做而且最容易做的改變是配合節令（例如：冬至搓湯圓）、孩子流行的電視卡通、或時尚流行的玩偶。從佈題為協助孩子溝通題意上，教師打破以往只以口述佈題方式，而會使用其他的表徵方式（如生活物品），協助溝通題意。從問題的語意結構上，教師從數學成長團體學到的是，數學題目本身的數學結構也是造成學生無法解題的重要因素之一，教師們也瞭解到即使是相同的題目，只要改變它的一部分，便可能更接近或更偏離教學目標。在佈題的取材上，教師在教學時嘗試了更多元的取材方法。除了來自課本，教師自行設計題目的比例增加了，更而，設計更符合教學目標的題目，多數教師也經常使用學生出在數學日記上的題目作為教學的佈題。

以學生形成問題作為教師教學的佈題，可以提昇學生學習的動機與學生解題的參與率，是本研究的另一個發現。所以，為提昇數學教室內學生的數學學習動機，利用學生擬題進行教學的佈題是一個有效的途徑。基於此，本研究的建議是鼓勵教師提供機會讓學生進行擬題活動；然而，在實際的教學情境，教學時間的不足，教師刻意在課堂上進行學生的擬題活動的接受度極低；然而透過數學日記的使用，不需有此擔憂，而且可以豐富教師佈題取材的來源，所以讓學生在數學日記上進行擬題活動，是一個相當值得推行的方式。另外，依據楊惠如以行動研究的方式將擬題活動融入數學教學中，研究指出讓學生回家擬題是她採用給學生擬題的方式，但是研究指出必須要等到一個教師實踐擬題活動進行到第三個階段才開始採用這種方式（楊惠如，2000）；然而，本研究在使用數學日記之初期即可以給學生進行擬題。

三、影響教師在數學日記上的命題與教學佈題的因素

有關影響教師在數學日記上的命題與教學佈題的因素，本研究發現有內在和外在因素，內在因素包括：教師對教材掌握的能力、對於教材的數學結構的瞭解程度、及教師個人的特質與自我改變的意願；而外在的因素包括：教師習慣依賴

課本及教學指引、時間和進度的壓力，而使得教師在多數情況不願自行設計發展教學中佈題；另外一個重要的外在因素是，教師背後的推進力量，雖然教師經常習於縣重而疏於或懶於改變，由於本研究中的教師，因為有協同數學成長團體在背後推動的力量，無論個人的起點為何，均會改變個人原先的擬題與教學佈題的觀點，所以是促進教師提昇在數學日記上的命題及教學佈題的一個重要關鍵。

感謝國科會給予專題研究計畫編號 NSC89-2511-S134-001 在經費上的支持，本文是此專題計畫的部份成果。在此特別感謝與本研究協同組成數學成長團體的頂埔國小的黃校長、張教務主任、和十一位教師的熱心參與和協助。

參考文獻

- 李嘉珍 (2000)：協同數學成長團體下之教師佈題－以三位二年級教師為例。未出版碩士論文，國立新竹師範學院國民教育研究所。
- 林文生 (1996)：一位國小數學教師佈題情境及其對學生解題交互影響之分析研究。未出版碩士論文，國立台北師範學院國民教育研究所。
- 林碧珍 (1991) 國小兒童對乘除法應用問題之認知結構，新竹師院學報，第五，P. 221-288。國立新竹師範學院。
- 林碧珍 (2000，送審中)：協助教師實踐學生數學學習歷程檔案評量之研究－數學日記是瞭解學生數學學習歷程的一種資料形式
- 林碧珍、蔡文煥(1999)：以學校為中心的小學教師數學專業發展模式，論文發表於 1999 數學教師教育國際學術研討會。國立台灣師範大學數學系。
- 林碧珍、施又齡、陳姿靜 (2000，送審中)：透明化教師實踐學生數學歷程檔案評量的行動策略。
- 林德宗(1999)，擬題活動在國小五年級數學教室裡的應用。國科會八十八年度大專生參與專題研究計畫成果報告 計畫 NSC88-2815-C-023-001-S。
- 吳毓瑩 (1998)：我看、我畫、我說、我演、我想、我是誰？一卷宗評量之概念、理論與應用。教育資料與研究，20，13-17。
- 許育彰 (2000)：探討高中生從不同力學情境中發現問題的研究。明倫學報，第四期，台北市立明倫高級中學。
- 教育部 (1993)：國民小學課程標準。台北市：台捷。
- 教育部 (2000)：教育部九年一貫課程綱要草案－數學學習領域。教育部：數學科研究小組。
- 梁淑坤 (1994)：擬題的研究及其在課程的角色。周筱亭主編：國民小學數學科新課程概說－低年級 (pp.152-167)。台灣省國民學校教師研習會。

八十九學年度師範院校教育學術論文集 (pp. 651-680)。國立新竹師範學院。

梁淑坤 (1996a)：師範學生擬題行為之研究。國科會八十五年度科學教育專題研究計畫成果討論會論文摘要，計畫編號 NSC83-0111-S-023-007A。

梁淑坤 (1996b)：擬題能力之評量：工具之製作。國科會八十五年度科學教育專題研究計畫成果討論會論文摘要，計畫編號 NSC84-2511-S-023-006。

梁淑坤 (1997)：擬題與數學課程之融合 (2/2)。國科會專題研究計畫成果討論會，計畫編號 NSC87-2511-S-023-002。

梁淑坤 (1998)：擬題與數學課程之融合。國科會八十六年度科學教育專題研究計畫成果報告，計畫編號 NSC85-2511-S-023-003。

國科會 (1996)：八十五年度「數學教育—學門資源整合規劃修訂」研究報告。國科會科學教育發展處學門規劃。

楊惠如 (2000)：擬題活動融入國小三年級數學科教學之行動研究。未出版碩士論文，國立嘉義大學國民教育研究所。

劉芳妃 (1998)：合作擬題活動融入國一數學科教學之個案研究。未出版碩士論文，國立高雄師範大學數學系碩士班。

Brown, S. I. & Walter, M. I. (1993). *Problem Posing: Reflections and applications*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Crowley, M. L. (1996). Student mathematics portfolio: More than a display case. In D. V. Lambdin, P. E. Kehle, & R. V. Preston (Eds.), *Emphasis on Assessment- Readings from NCTM'S School-Based Journals*(pp.102-105). Reston, VA: NCTM.

English, L. D. (1997a). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching Children Mathematics*, 4(3), 172-179.

English, L. D. (1997b). Problem posing in the elementary mathematics curriculum. 八十六學年度國小課程研究學術研討會，台灣省國民學校教師研習會。

English, L. D. (1998a). Children's problem posing within formal and informal contacts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (1) , 83-106.

English, L. D. (1998b). Children's perspectives on the engagement potential of mathematical problem tasks. *School Science and Mathematics*, 98 (2).

Gonzales, N. (1994). Problem posing : A neglected component in mathematics courses for prospective elementary and middle school teachers. *School Science and mathematics*, 94(2), 78-84.

- Greer, B.(1992). Multiplication and division as models of situations. In D.A. Growus (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (276-295). NY: MacMillan.
- Lambdin, D. V. , Walker, V. L. (1996), Planning for classroom portfolio assessment. In D. V. Lambdin, P. E. Kehle, & R. V. Preston (Eds.), *Emphasis on Assessment- Readings from NCTM'S School-Based Journals*(pp.95-101). Reston, VA: NCTM.
- Leung, S. (1996). Problem posing as assessment: Reflections and reconstructions. *The Mathematics Educator*,1(2),159-171.
- Leung, S.. (1997).On the Open Nature in Mathematical Problem Posing. *Use of open-ended problems in Mathematics classroom* (pp.26-33).University of Helsinki. Department of Education. Research Report 176.
- Leung, S.K.,& Silver, E.A. (1997).The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24. Australia.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standard for school mathematics*. Reston, Va: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va: The Council.
- Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Sliver, E. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing middle school students, *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Sliver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S.& Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*,27(3),293~309.
- Vergnaud (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M.Landau (Eds.) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (127-174). NY: Academic Press.

TEACHERS' CHANGES ON PROBLEM POSING UNDER THE USE OF
STUDENTS' MATHEMATICAL JOURNALS

Pi-Jen Lin Wen-Huan Tsai

Chia-Jen Lee Cheng-I Ko

National Hsin-Chu Teachers College

ABSTRACT

This paper described the changes of problem posing of those who participated in a school-centered collaborative mathematics team implementing mathematical portfolio assessment into classroom practices. The main goal of the collaborative team was to construct teachers' knowledge and skill of assessment. The ability to formulate problems is a dimension of assessment. The documentation of teachers' knowledge change on problem posing was based on the methods of data collecting, such as regular weekly meetings, teachers' interviews, and classroom observations. It is found that the contents and types of problems created by teachers had a tendency to creativity and multiplicity. The tasks for students to create a problem in students' mathematical journals designed by teachers included mathematical expressions, verbal representations, table and graphs, mathematical concept representation, and strategies of solution representation. Teachers were readily to focus on contextual factor when they were asked to pose problems in classroom. Teachers learned to consider the factor of mathematics structure. Students' problems posed on mathematical journals is a source of problems for teachers' posing in classroom.

八十九學年度師範院校教育學術論文集 (pp. 651-680)。國立新竹師範學院。

Key words: portfolios assessment, problem posing, mathematical journals