

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊 (pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

~~~精進數學教學之意涵與運作模式~~~

◆◆◆從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用◆◆◆

林碧珍¹ 陳姿靜² 陳智康³ 張文瓊⁴

¹國立新竹教育大學教授 ²新竹市頂埔國小教師

³苗栗縣信德國小教師 ⁴新竹市陽光國小教師

一、緣起

或許新竹教育大學的數學教師專業成長團體對您不陌生，她今年已經滿十歲了，過去的十年歲月裡，在許多的場合，無論是校內研習、縣市內研習、甚至學術研討會，難以計數的場次中，我們分享了數學的教與學或參與團體的經驗分享。在這無數的日子裡，我們不斷地在精進課堂中的數學教學。同樣地，這次我們也沒有忘記以求新求變的方式來對待這場次的創新教學研討會暨工作坊，我們將以創新的活動來探討數學精進教學工作坊，將我們例行在每星期一從早上第四節的教學觀察到下午進行至少三小時的專業對話所進行的精進數學教學活動，毫不保留展現在您的面前，以這樣嶄新的方式來呈現，是我們十年來的第一次嘗試。

數學成長團體的專業對話是我們長久以來精進數學教學的運作方式，這樣的方式，儼然已成為當我們遇到一個新問題需要一起解決時的解決方法，就如同這次在九月初接到美玉老師賦予的這項任務時，我隨即邀請了姿靜、智康、及文瓊老師來到一家可以聊天談事情的小餐館坐下來商討如何進行這場工作坊，三位老師知道我所想要的是：突破以往的呈現方式，希望能以一場嶄新且能扣上這次研討會主題，而且他們仍記得我很在乎的數學味道，不得拋棄它。基於過去許多的日子裡，我們彼此所建立的革命情感及培養出來的默契與認同，很快地，在離開餐館買單前，我們已達成了共識：將我們在星期一例行所做的精進數學教學的所有活動，以濃縮版的方式，在研討會中呈現出來。將數學成長團體的運作方式及內容，把整個流程跑一次，讓與會者能如親臨其境一樣，有實際體驗的感覺，這就是為什麼我們的工作坊的主題訂為：「以創新活動探究精進數學教學工作坊」，我們將從教科書分析、前測、教學觀察、教學專業對話、到學生數學日記的實際作法，以六年級的一節課當範例，展現在與會者面前，讓各位實際體驗一堂精進數學教學課。

首先，由一位師資培育者，我，從理論的觀點，說明精進數學課室教學活動的內容及原則，為什麼我們要進行教科書分析及前測？為什麼我們要進行教學觀察及教學專業對話？為什麼要使用學生的數學日記？然後，由現場教學實務的姿靜老師以一個單元來說明她如何進行這個單元的教科書分析？如何設計這節課的前測試題？為了能在研討會場中實際進行一場數學教學的專業對話，所有參加

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

對話的成員能提前共同觀察一節課的數學教學, 基於此, 三位老師與我特別於研討會前兩天進到姿靜老師的數學課室中觀察一節課的教學, 並將其拍攝成影帶, 才能在研討會這天再次播放給與會的成員一起觀察。之後, 我、姿靜(教學者)、智康、文瓊, 將再邀請現場參與的兩位教師一起加入我們的專業對話, 讓與會者有機會細心品嚐我們進行專業對話的內容及運作機制。最後, 在結束前的半小時, 姿靜、智康、文瓊老師將分別談他們參加數學專業成長團體九年來、六年來、三年來教室中所發生的精進數學教學的故事。今將這場次合計 160 分鐘的活動內容及進行方式, 各項時間安排如下:

活動項目	時間起迄	時間	主講者
主持人	9:00~9:10	10 分鐘	蔡寶桂
精進數學教學之理念與意涵	9:10~9:40	30 分鐘	林碧珍
數學教學觀察(影帶播放)	9:40~10:00	20 分鐘	林碧珍
休息	10:00~10:20		
數學教學專業對話	10:20~10:50	40 分鐘	林碧珍、陳姿靜、 陳智康、張文瓊 現場兩位教師
前測、教科書分析、數學日記的使用	10:50~11:20	20 分鐘	陳姿靜
精進數學課堂教學故事分享	11:20~11:50	30 分鐘	張文瓊、陳智康、 陳姿靜、
主持人	11:50~12:00	10 分鐘	蔡寶桂

二、前測不是數學成就測驗, 而是瞭解學生先備知識的一種策略

教學理論經常提醒教師要先瞭解學生的舊經驗, 這裡所指的學生對教師而言有兩群, 一群是曾經教過該年級但非該班學生的教學經驗, 另一群是從未有教過該年級的教學經驗。當教師要對該班學生進行該單元的教學前, 要如何瞭解學生的先備經驗呢? 對第二群的學生, 教師一般的解決方法是: 往前追溯翻開該班學生之前學過的教科書或教學指引上的教材地位分析。但是往往這樣訊息只能知道學生學過哪些相關的概念, 但卻無法更進一步地提供該年級學生真正的學習狀況或常見的迷思概念是哪些? 學生常用的解題策略是哪些? 學生對即將進入新主題的學習, 已具備了哪些概念?

當面臨第一群學生時, 要如何知道學生的先備經驗及學生如何學習呢? 前測是數學成長團體的教師常做的事情。前測只是我們用來溝通的一種方便的語詞, 不像實驗研究上所用的前測一樣地嚴謹, 我們不要求做嚴謹的編製工具的雙項細目表, 不需要進行建構效度或工具編製的信度考驗。我們的前測也不是一種數學成就測驗, 所以, 前測的題目不需做難易度及鑑別度的考驗。因為, 我們僅是單

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊 (pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

純地藉由前測來瞭解學生對即將學習的新單元已具備了哪些概念及哪些常用的解題策略? 基於這樣的目的, 前測的題目主要是來自課本上的題目。

有時, 我們前測的目的是要瞭解學生的重要基本概念, 這些基本概念曾經在研究文獻上提及, 但不列在即將學習的主題的課本內容中; 例如, 小數的單位分數內容物為多個個物不列入數學課本中, 但文獻提及是影響學生解小數問題的重要概念, 因此, 數學成長團體成員會將小數的單位分數內容物為多個個物的題目列入前測題目中。不管教師面臨的是第一群或第二群學生, 前測題目的設計及實施之後的結果分析, 經常成為是教學專業對話討論會的初期討論的主要內容。教師也經常被我問及: 「從前測的結果分析, 對您的教學啟示為何?」教師曾經回答: 「學生對即將要教某些的概念已經具備了, 我可以縮減這類型的問題, 不用像課本一樣每一種類型都教, 把教學時間省一些下來, 用在其他較為困難的概念上」, 教師也曾經回答: 「前測實施後, 才發現學生對判斷兩個等值分數的離散量情境比連續量情境容易, 和課本設計的剛好相反, 所以, 我不會按照課本上的題目來安排教學順序」。

前測是數學成長團體成員用來瞭解學生先備知識的一種策略。前測是用來幫助教師建立學生假設性的學習軌跡; 也是教師用來調整教材順序的主要證據之一。

三、解讀與詮釋教科書是在建立教師臆測性的教學軌跡

解讀與詮釋教科書是教師掌握數學教材邏輯架構的最佳策略, 但是它很難讓教師獨自進行, 因為解讀與詮釋教科書是艱澀的工作, 因此需要透過教師數學專業成長團體來支援。解讀教科書是在幫助教師正確地瞭解教學目標, 避免教師提前教給學生後面要學習的數學概念。例如: 單位分數內容物多個個物的真分數認識, 「一盒月餅有 12 個, 承佑吃了 $\frac{3}{4}$ 盒, 請問承佑吃了幾個月餅?」這個活動目標著重在學生對「份的語言」的學習, 讓學生將 12 個月餅重新分割成 4 份, 而得到其中的 3 份, 共有 9 個月餅。但是現場有些教師對此教學活動目標錯誤地詮釋為整數的分數倍, 故提前讓學生在這個階段以 $12 \times \frac{3}{4} = 9$ 來解題。

解讀教科書也在幫助教師看到教材設計的不同路徑, 不同路徑依循著學生不同的學習軌跡, 也引導著學生發展不同的學習軌跡, 例如: A 版本分數乘法的學習路徑是分數 \times 整數 \rightarrow 整數 \times 分數 \rightarrow 分數 \times 分數, 而 B 版本分數乘法的學習路徑卻是分數 \times 整數 \rightarrow 分數 \times 分數 \rightarrow 整數 \times 分數, B 版本將整數 \times 分數中的整數視為是分母為 1 的分數之特例。

解讀教科書是在幫助教師覺知到教材設計本身的瑕疵, 瑕疵可能是教學活動在銜接上出了問題; 也可能是概念處理的不完整, 而導致學生在課堂中發生學習上的困難。例如: 我們觀察整數的分數倍的教學時, 發現五年級學生難以解決教師給定的下面 3 個問題之後面兩個問題:

- (1) 一箱牛奶有 20 瓶, 4 箱牛奶有幾瓶? 請用算式記錄問題, 並做做看。
- (2) 一箱牛奶有 20 瓶, $\frac{1}{4}$ 箱牛奶有幾瓶? 請用算式記錄問題, 並做做看。

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

(3) 一箱牛奶有 20 瓶, 1 箱的 $\frac{3}{4}$ 倍是多少瓶牛奶? 請用算式記錄問題, 並做做看。

學生困難於將問題 (2) 記錄為 $20 \times \frac{1}{4} = ()$, 多數記為 $20 \div \frac{1}{4} = ()$ 。學生可以透過以前學過的單位分數內容物為多個個物的真分數認識, 求出答案為 5 瓶, 但因為學生過去的乘法經驗都是乘法才會越乘越大, 所以沒有勇氣將原問題紀錄為 $20 \times \frac{1}{4} = ()$ 。因此, 我們建議教師在佈題 (1) 及 (2) 之間最好加入一個佈題其數字能使乘數為分數的乘法記錄, 其結果還是變大 (即比原來的被乘數大), 如: 「一箱牛奶有 20 瓶, $1\frac{3}{4}$ 箱牛奶有幾瓶? 請用算式記錄問題, 並做做看。」

教科書解讀與分析是教師精進教學之不可或缺的工作。透過教科書分析, 教師更能清楚教學目標, 區分教學目標間的細微差異, 透過這樣的過程, 教師因而建立了教材的邏輯架構, 並依據學生的假設學習軌跡, 建立教師臆測性的教學軌跡。因教科書的分析, 而使得教師覺知到教材的瑕疵, 因而培養出教師的勇氣與批判教材的能力; 因不同版本的教材分析, 而幫助教師看到相同主題, 有不同的教材安排軌跡, 因而讓教師瞭解到教材及教學設計並非是唯一的做法, 而是可以多元的。

四、是「教學觀察」而不是「教學觀摩」

數學成長團體的成員不難相信: 由於有長期的進行教學觀察, 數學專業成長團體才得以存活至今; 與會的您, 以您過去進行教學觀摩的經驗, 卻讓您很難相信: 參與數學專業成長團體的教師很期待我們進他/她的教學進行觀察。為什麼會有這麼大的差別呢? 因為我們一直在進行的是教學觀察, 而現場的您過去以往所進行的是教學觀摩。雖然「教學觀察」與「教學觀摩」只有一字之差, 但在執行上及績效上卻有相當大的不同, 如表一。諸如, 從目的而言, 進行教學觀察僅是單純地製造以環繞數學教學為主題的專業對話之討論情境而已; 但是, 教學觀摩卻是有目的的要示範一個典範、力求完美無缺的教學。為達成此目的, 進行教學觀摩時觀察者的焦點全部投入在教學者身上, 企圖模仿教學者純熟的演技; 相對地, 教學觀察的焦點則是投注在學生身上, 因為我們是關注學生如何學習, 而非教師如何演出。由於進行教學觀摩教學者是被關注的焦點, 是被學習的對象, 因此教學者力求一切完美無缺, 要求坐在教室中的學生完全配合自己的演出, 學生被強制要求成為配合者, 而非如教學觀察中學生是教室中學習的主角。

教學觀察與教學觀摩最大的差異之一是: 教學觀察呈現的是平日的教學, 而教學觀摩呈現的是包裝過後的教學, 教學前可能一星期前即開始忙著製作海報、作教具、先找另一個班級試教看看教材是否合適, 需要幫忙時可能勞師動眾, 如此的事前準備工作, 進行教學觀摩的教學者所需要承受的壓力可見一斑。然而, 我們進行教學觀察主要是在協助教學者在教學中實際遇到有關教材、學生學習、及教學上的問題, 因此唯有呈現平日真實的教學, 我們才有可能看到教師真正遭遇的數學教學問題, 教師的壓力才有可能減小。正因為我們觀察的是依據教師平日的教學, 不帶給教師太大的困擾與負擔, 數學成長團體成員才有可能讓我們這

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

樣長期地進行教學觀察。

教學觀察的焦點是學生，瞭解學生如何解數學問題，因此觀察者最好是坐在學生旁邊，觀察學生如何完成解題過程，觀察者有機會替教學者收集學生的所有解題類型，及個別學生的學習狀況，所以教學者與觀察者彼此是互惠的。但是，教學觀摩的焦點是教師，觀察者只有坐在教室後面，才不會干擾教學者演出的舞台場景。這次研討會的與會者，您，曾經參加了教學觀摩的討論會，相信您對它的印象是：它是一場歌功頌德的討論會，因為教學者教學前及教學時已卯足了全力，賣力地演出，您不忍心對教學者說出任何一句傷害性地言詞，所以這樣的討論會變成是虛偽的，沒有真正對課室教學中所發生的問題進行深入討論，討論會可能在半小時之內結束了。相反的，我們進行了一節課的教學觀察，討論會持續了至少三個小時，因為我們觀察的焦點在學生的解題上，學生的解題類型點燃了我們討論會的火苗，討論會因此而展開，教師的關鍵性問話、佈題的順序、教學目標、教材架構，隨即像龍捲風一樣席捲而入，參與數學專業對話的成員因而需要搶麥克風才有可能輪到發言的機會，所以，參與的成員不可能有機會成為團體的寄生蟲（比喻詞：只當聽眾不發言）。

教學觀察一般是被視為是研究資料的蒐集工具或方法一，但是在我們的數學專業成長團體將教學觀察視為是精進數學課室教學的策略之一。

表一：教學觀察與教學觀摩的比較

項目	教學觀察	教學觀摩
目的	製造問題討論的情境	展現一個典範的教學
觀察焦點	學生	教師
觀察者	微觀、細察	觀賞、模仿
教學者角色	教學者	示範者
學生角色	學習者	配合者
教學者感受	壓力小	壓力大
教學情境	自然真實與平時相同	力求完美，作教具費時
觀察者與教學者互惠	協助收集學生的解題類型	無
觀察者的態度	欣賞孩子的數學學習	以典範的標準評價
教學檢討會	寫真集：數學教學	歌功頌德

五、教師的專業對話是推進教師精進數學教學的最大動力

若只有進行教學觀察來精進數學教學，沒有緊接著進行教師專業對話，則可能我們的數學專業成長團體可能不會維繫這麼長久，因為教學觀察只能看到教師如何呈現教材，如何進行教學，若沒有進行教師的專業對話，是不可能聽到教師如何設計教材及教學的聲音。

教師專業對話主要是針對早上第四節進行的教學觀察做討論。首先，教學者先說明如何設計前測題目，如何調整及更動課本上的佈題，為什麼要這樣調整，

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

教學佈題安排的順序考量為何, 及對學生學習該主題的學習特性為何... 等等。其次, 由觀察者針對該節課教學所觀察到的現象, 舉凡前測結果、教材設計、教師佈題、學生解題類型、教師關鍵性問話, 及重要教學議題可能發展為數學教學案例等等, 都會在教師專業對話時間被提出來剖析得淋漓盡致。

數學專業對話時間是我們釐清數學概念的時間, 諸如, 何謂比率? 何謂比值? 要建立學生比值的意義, 佈題如何切入? 是我們看到區分一個概念與另一個概念的細微差異及建立數學內部連結關係最感動的時機。數學專業對話時間也是我們理出某一數學主題的教材發展架構的時候, 我們依據教學觀察中學生的學習表現, 來發展、設計、到執行分數、小數、時間、面積、體積、角度、整數除法、及代數教材縱貫性的發展架構。

數學專業對話是我們幫助教學者釐清早上教學觀察中學生所有的解題類型, 及個別學生的學習情況。專業對話讓我們瞭解到教學者如何選取、如何安排學生的解題發表順序, 如何決定這些順序。數學專業對話是我們點出教學者的關鍵性問話, 為什麼我們認為這是關鍵性問話呢?

教師如何安排教學佈題, 教師如何選取及如何安排學生的解題發表順序, 教師如何提關鍵性問話, 這些都是精進數學課室中教學不可缺少的專業能力, 這些能力是需要長期在一個安全無威脅的專業對話中慢慢培養出來的。

六、數學日記是診斷與協助補救教學的工具

學生的數學日記是教師用來瞭解學生在這節課的學習情況, 數學日記的題目是來自該節課在課室中教師與學生一起討論的活動內容, 所以不鼓勵教師提前在上該節課前將題目出好, 我鼓勵教師將數學日記視為是回家作業的內容。從教學觀察中我們經常發現在課堂中教師與一群學生但非全部學生, 很投入地在說數學, 但是教師無法得知在課堂中沒有參與討論的其他學生是否都理解所討論的內容, 若能將課室中師生互動對話的內容設計為數學日記題目, 則數學日記就是教師檢驗學生學習最好的工具之一。

數學日記也是用來培養教師命題能力的策略之一, 因為我經常提醒教師數學日記不要為做而做, 數學習作、課本、或坊間參考書有的題目類型, 不要複製在數學日記上, 而是要朝向富有創意及配合課堂學習內容來出題目, 為了要出這樣的題目, 對教師而言是一種挑戰, 因為是一種新的嘗試也是新的經驗。例如, 在我們觀察的一節課中, 學生解一個題目: 「花園裡開了 25 朵黃色菊花和 34 朵白花菊花, 請問花園裡一共開了多少朵菊花? 請寫出算式填充題, 再算算看, 並說明您的作法。」教師請三位學生 (旭民、兩書、道成) 上台說明解題方法:

① $25 + 34 = ()$	② $25 + 34 = ()$	③ $25 + 34 = ()$
$25 + 30 = 55$	$20 + 30 = 50$	$25 + 25 = 50$
$55 + 4 = 59$	$5 + 4 = 9$	$50 + 9 = 59$
	$50 + 9 = 59$	

在課堂中, 教師和學生很投入地討論著這三位學生的解題, 然而, 教師卻面臨不

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

知如何把這段對話設計為數學日記的題目。我建議教師可以將當天的數學日記題目設計為:「今天老師出了一個加法題目, 以下是旭民、雨書、道成三位學生的解法:

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} 25 + 30 = 55 & \textcircled{2} 20 + 30 = 50 & \textcircled{3} 25 + 25 = 50 \\ 55 + 4 = 59 & 5 + 4 = 9 & 50 + 9 = 59 \\ & 50 + 9 = 59 & \end{array}$$

請您想想看, 旭民、雨書、道成三位學生的解法還有可能解哪些數學問題?」

像這樣的題目是很具有班級性的, 獨特性的, 而且很有創意性的, 這不就說明了評量與教學整合的一個典型的例子嗎?

數學日記的另一個優點是可以在下一節課作立即性的補救教學, 它是一個很實際的形成性評量工具。例如: 在三年級被乘數為 0 及 1 的教學, 團體成員很在乎學生對被乘數為 0 及 1 的概念是否瞭解, 而不是在乎算出的答案是多少, 因此教師出了一張數學日記來檢驗, 題目是這樣出的:「請學生從生活情境中設計一個數學問題能表示為 $1 \times 4 = (\quad)$ 。」隔天, 我檢視了教師收回學生的數學日記, 發現班上有 $1/3$ 的學生對被乘數 1 的解讀是「每一個」而非說清楚「每一個...有一...」, 諸如: 學生設計的題目為「每一個部落都有冰箱, 4 個部落共有多少個冰箱?」當我翻閱學生完成的第一張數學日記時, 原先以為是這位學生所出的數學問題上漏寫了數字 1, 當再繼續翻閱第 2 張, 第 3 張...才發現原來這十一位學生不是漏寫數字, 而是對被乘數 1 的瞭解不清楚, 隔天, 上數學課一開始, 教師即時為學生進行補救教學。由於教學配合著數學日記的使用, 學生平時的迷思概念因此而被釐清了。

七、來聽聽他們怎麼說~~數學課室中精進教學的故事

為什麼數學專業成長團體可以維持得這麼多年? 下面的時間我們來聽聽姿靜、智康、和文瓊老師怎麼說? 為什麼他們願意在團體待這麼久? 因此在這場次落幕前邀請他們來敘說他們在數學課室中精進數學教學的成長故事。

(一) 文瓊老師這麼說~~~

文瓊老師很驚豔地這麼說自己:「今年是我進入團體的第四年, 回想自己在这三年多來的成長與進步, 才驚覺自己早已不是原來的我了。」她將以發生在第一年、第二年、及第三年的課堂教學來敘說精進數學教學的成長歷程。

第一年是「小數乘法」, 文瓊老師現在這麼說:「當時在教學前自認為已經瞭解教學目標及教學內容了, 但是真正上場時, 才發現自己所瞭解的教學目標並不具體, 在教學中, 面對學生不同的解題策略我慌了手腳, 不知道要如何處理這些不同的解題策略, 也不知道要如何提關鍵性問話來釐清學生的想法。」

第二年是「角度」, 文瓊老師現在這麼說當時的她:「這次我終於弄懂了課本中所列的教學目標, 也知道要怎麼進行教學活動了, 所以我很努力的進行教學活

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

動, 心裡想應該可以處理得很好了吧! 但是, 教學過後的討論會我才發現, 我對於教學目標的了解並不夠細膩, 對於量角器的報讀、實測並不夠了解, 在進行角度的教學順序應該是圖形角、張開角再旋轉角, 而在進行圖形角和旋轉角時並不適合進行量角器的刻度認識, 所以教材中所處理順序的並不恰當。「喔~~原來並不是把教材弄懂就好, 教材的編寫也會有很大的問題。」

第三年是「體積」文瓊老師這麼說:「我發現自己在這兩年的磨練下, 已經可以對教材進行批判, 發現教材中處理的瑕疵以及不足之處, 並且改編教材, 達成教學目標。對於教學目標、教學流程、學生可能的解題策略, 我已經有了清楚的輪廓, 因此教學過程進行的越來越順利。」

第四年是「比值」, 今年 10 月中旬才剛教完, 文瓊老師很自豪地這麼說:「自己是在和學生玩數學, 而不是教數學」。她還說:「我對於教學目標已能恰當的掌握、清楚知道自己想要進行的教學活動以及修正課本教學活動的理由為何、對於學生可能的反應也都有了想法。」

「在教學活動的進行中, 我更驚訝於學生課堂中的表現, 當學生在進行解題活動時(油漆師傅將 12 公升藍色油漆和 18 公升白色油漆混合在一起, 粉刷一面牆壁, 刷著刷著, 油漆用完了, 牆壁卻還沒刷好, 油漆師傅預估還要 10 公升的油漆才能刷完全部的牆壁, 他想請助手協助調出相同顏色的油漆來繼續粉刷牆壁。請你幫助手想想看, 要如何才能調出 10 公升相同顏色的油漆?), 出現了使用差量來進行解題的迷思概念, 當學生在解釋為何使用差量來進行解題的想法時, 下面的學生已經按耐不住, 開始提出質疑, 台上和台下的學生共同參與討論使用差量進行解題的適當與否, 一問一答, 學生不但釐清了錯誤的解題策略, 也討論出適當的解法, 學生跟老師一起討論數學、一起玩數學, 老師不再是課堂討論的主角, 我把教學的主權放在學生身上, 老師只是提供一個適當的環境讓學生可以主動去建構出知識。」

(二) 智康老師這麼說~~~

智康老師的故事, 他從「戲數」過往說起:「踏上教職倏忽已過了十幾個寒暑, 在這十幾年的教學生涯中, 在一次與林老師不期而遇相會後, 我的教學產生了一個巨大的轉變。我原本以教師為中心的教學方式漸漸的被解構, 取而代之的是以學生學習為中心的教學方式。自此以後, 我在解構和建構中我不斷的-衝撞, 在教學觀摩與教室觀察間不停的擺盪, 一路走來, 如人飲水, 冷暖自知。」

「加入林老師的團隊六年來, 我不斷的汲取養分, 增益己所不能, 在這個過程中, 我曾經質疑過, 也曾經驚訝過, 曾經了了多少的曾經, 最後慢慢的成長精進。細數過往, 如今我一點一滴的進步, 全部都要歸功於林老師數學成長團體六年來的給予的養成教育, 這期間發生了一些值得記錄的教學故事」。

智康老師要從三個故事來敘說他精進數學教學的教學事件, 這三個故事分別是:「分數數線教學的意外收穫」、「孩子, 您的計算機沒有壞掉」、「如何讓孩子

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

相信 $\frac{5}{4}$ 這個假分數真的存在」。

數學故事 (1): 分數數線教學的意外收穫

智康老師在黑板布了一個題目:「小朋友, 請你做一條以 $\frac{1}{3}$ 為單位的分數數線。」接下來, 他要說的故事開始了:「沒想到, 出乎我的意料之外, 幾乎全軍覆沒, 沒有一位小朋友做對, 因為大部份同學所表徵出來的圖形不是線段圖, 就是不算完整的數線。我大夢初醒, 難怪在四年級 XX 版認識簡單分數數線是從單位量的複製來進行。於是, 我就在黑板上畫了一條射線, 拿了一個短磁鐵條, 以它作為 $\frac{1}{3}$, 然後在黑板上的那條線上做複製累加, 於是一條簡單的分數數線就產生了。接著我又依樣畫葫蘆的拿了另一個長磁鐵條也以它作為 $\frac{1}{3}$ 來進行複製累加, 學生也同意這也是一條分數數線。接著我問學生: 為什麼兩條數線的 $\frac{1}{3}$ 可以不一樣長? 學生的回答是: 任何一個長度都可以, 只是複製時要用同一條長度的磁鐵條來做。」。下面還有智康老師沒說完的故事...

數學故事 (2): 孩子, 你的計算機並沒有壞掉

這個故事的背景由智康老師先說, 故事是..., 接下來, 智康老師記敘說他沒說完的故事:

「實習老師請學生把所量到的直徑長和圓周長都記錄在表格上, 此時, 實習老師提問:「小朋友, 請問你圓周長大概是直徑的幾倍?」這時候有很多的學生都不知所措, 我想小朋友一定不曉得實習老師這句話是什麼意思。只有一個學生舉手說: 就是把圓周長除以直徑長。台上的實習老師點點頭, 說這位小朋友說對了。其他的同學聽了實習老師這麼說, 紛紛依樣畫葫蘆, 將圓周長除以直徑長。」

智康老師繼續說著故事:「這時候我想一定有很多小朋友不知道「誰是誰的幾倍」這句話是什麼意思。如果此時老師的問話能改成: 請問圓周長大概有 (是) 幾個直徑長。我想學生是會比較有感覺的。接著我觀察到的現象是, 學生埋頭於計算, 可是出現了幾個狀況, 眼前有一個學生量出來的直徑長是 7 公分, 圓周長是 22 公分, $22 \div 7$ 他的作法沒有錯, 問題是這個算式沒辦法整除有餘數。學生又還沒有學到小數的除法, 此時上課的老師發現了, 就請小朋友拿出計算機。接著而來的問題是, 計算機所呈現出來的答案是一長串的數字, 一位小朋友以為他的計算機壞了, 就跟隔壁的同學借計算機, 結果還是跟剛剛一樣, 此時他也認為同學的計算機也壞了, 此時的我真是啼笑皆非。所以這堂課上下來, 我覺得學生都是在嚐試錯誤中學習, 而且到底達到了教學目標沒, 我很懷疑。」

數學故事 (3): 如何讓孩子們接受 $\frac{5}{4}$ 這個「假」分數

智康老師這樣說著:「學生自然而然會以類似帶分數的方法來呈現, 但是都沒有辦法以假分數的方法來呈現, 也就是說在他們目前的認知裡 $\frac{5}{4}$ 這個東西是不

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。《國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊》(pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

存在的。我想他們可以知道 3 個 $\frac{1}{4}$ 條紙是 $\frac{3}{4}$ 條紙, 4 個 $\frac{1}{4}$ 條紙是 $\frac{4}{4}$ 條紙, 但是為什麼 5 個 $\frac{1}{4}$ 條紙沒有辦法類化成 $\frac{5}{4}$ 條紙。我發現孩子們無法了解的原因是: 一個物件被平分成 4 等份之後, 哪來的第 5 等份, 此時部份整體的概念限制了他們的思維, 因此在超過 1 的分數時, 他們答案的呈現就會根據作圖來回答, 受到圖像的影響很大。就在我放棄的時候, 前面的那一句話給我了一個靈感: 受到圖像的影響很大。如果孩子的圖像是以另一種方式來表示, 會不會就會有假分數的形式產生。於是第二天我就利用了一些策略, 果然沒有錯, 只要是圖像一改變, 學生自然而然的會說出 $\frac{5}{4}$ 這種形式的假分數。」。

後面的故事讓智康老師在研討會時把它敘說完!

(三) 姿靜老師這麼說~~~

姿靜老師的故事要從下面的問題說起: 團體外的人「佩服」的問她:「你參加這麼多年, 不會累嗎?」曾參與過團體的人「羨慕」的問她:「為什麼你可以待這麼久?」

其次, 她要敘說九年來數學專業成長團體支持她從自我成長、社會需求成長、到尊重需求成長三個階段的專業成長。

或許您會這麼好奇地問姿靜老師:「數學討論了這麼多年, 會不會很煩?」「討論過的題材會不會重複、沒興趣?」,「你的教學已經不錯了, 還需要做教學觀察來改進嗎?」, 對於上面這些問題姿靜老師的回答是:

「對於一個已運作多年的成長團體及老成員, 可能最後會出現上述這些病狀, 但是對於我們的數學成長團體, 我以當事人保證說:「沒有以上的問題!」關鍵在於林老師經營數學成長團體的態度, 彼此視為是對等的成員, 我們的對話與觀點並無上對下、教授對老師的階級區分, 每個人的發言都是值得思考的論點, 也都是可以挑戰的, 即使是林老師或是資深的成員亦是。另一方面, 討論的焦點在於「事」而非「人」,「批判」而不「批評」, 要「解決問題」而不只停留在「指出」問題而已。以教學觀察為例, 每次的觀察和討論都能讓我們成長, 我們常說這是林老師的功力、魅力, 不會讓教學觀察後的討論會變成一種形式化、或冷場, 而她之所以具有這種帶領討論的超能力, 不單是經驗而已, 我感受到更重要的是她做研究的嚴謹態度, 以及包容、細膩的個人特質。」

姿靜老師認同我細心呵護數學成長團體的一切作法的之一席話, 深深地觸動了我的心, 她這樣說著:「林老師的數學成長團體之所以能培養出我們的數學專業是因其以理論為基礎來作教師專業發展, 這是我認為跟其他教師成長團體很不同的地方, 因為從理論出發, 參與教師不會在一段時間後就覺得沒有收穫了。但這個團體若單只是以研究為導向, 並不會留住成員的心, 也不會一年一年的走下去。這些年來, 我看見林老師為維護團體的認同感、信任度以及研究成果所做的努力, 她是非常的小心翼翼, 而不是將數學成長團體當作是炫耀的成就。例如, 林老師不隨便開放外人進入我們的討論會, 即使有特例, 也都需要事前徵詢每位成員的同意, 教學觀察亦是如此。這並不是怕外人窺探研究成果, 而是為了保護

林碧珍、陳姿靜、陳智康、張文瓊 (2008): 精進數學教學之意涵與運作模式: 從教材研究、教學觀察、專業對話、到學生數學日記的使用。國小教師創新教學研討會暨工作坊研習手冊 (pp. 115-125)。論文發表於 11 月 13~14 日。新竹市: 國立新竹教育大學主辦。

成員, 提供一個安全的討論環境, 讓觀點得以平等的交流, 也不希望任何一個人進來只有獲得而沒有付出。另一方面, 所有的研究成果皆屬於每一位成員, 非個人所擁有, 因為即使是個人的教學設計, 討論過程中亦有成員的觀點。許多林老師堅持的作法, 都是為了保護參與的成員以及大家努力的成果, 或許跟一般團體分享的角度不同, 但是我認同林老師的作法, 因為我得到了尊重。」

最後, 姿靜老師要以「短除法」的例子來敘說她以挑戰各種可能性的教學態度來精進數學教學。她這麼說:「這學期第一單元有短除法的教學, 過去三屆我都是按照課本的方式教, 也就是把短除法「教給」學生去使用, 不過卻不滿意這種「直接告知」處理方式。今年六月智康老師跟我提到學生在學短除法和過去的除法直式好像沒有關連, 是不是從將除法直式當成是學生學習短除法的舊經驗呢? 一般課程的編排都是教完質因數乘積後就帶出短除法的紀錄方式, 以 $12=2 \times 2 \times 3$ 為例, 當我的學生以各種策略將一個數表徵成質因數乘積後, 從討論的過程中發現除法的需求性, 進而去思考有沒有辦法以除法的直式來紀錄這樣的解題過程? 這時學生發現若用以往的紀錄方式會使得商數一直往上疊, 因而討論出將除法直式顛倒過來, 將商數寫在下面而自然的產生短除法。身為一個教學者, 面對這樣能不欣喜若狂嗎?」。