

方敬慈、林碧珍 (2007)：透過教科書分析探討我國國小四年級學生在 TIMSS 2003 試測和實測的幾何成就表現。中華民國第 23 屆科學教育學術研討會論文集 (p. 31)。論文發表於 12 月 13~15 日。高雄市：國立高雄師範大學科學教育研究所主辦。

透過教科書分析探討我國國小四年級學生在 TIMSS 2003

試測和實測的幾何成就表現¹

方敬慈¹、林碧珍²

¹台北市五常國小、²國立新竹教育大學應用數學系
bet5813@yahoo.com.tw、linpj@mail.nhcue.edu.tw

摘要

本研究在於比較分析我國國小四年級學生在國際數學與科學教育成就趨勢調查(TIMSS 2003)的試測和實測的 20 題幾何共同試題的成就表現之差異性，並探討教材因素如何影響學生的成就表現。本研究發現使用九年一貫課程暫行綱要的四年級學生與 82 年版課程的四年級學生在幾何表現沒有顯著性差異，在幾何概念上的表現是由於提供給學生學習的幾何教材而造成不同的效果，不管是暫綱或 82 年版課程，幾何概念只要是學生學過的都比沒有學過的學生有較好的成就表現；試題在文字上的修改不是影響學生成就表現的因素。本研究更進一步發現：學生在旋轉、線對稱、相似幾何概念相關的試題平均通過率偏低，是由於他們沒有學過這些概念；學生對於所學習過的平面或立體圖形的認識但表現不佳，並非是幾何概念不清楚，而是因為粗心或誤讀題意所造成。

關鍵詞：TIMSS 2003、教科書分析、幾何

一、緒論

國小學生之數學成就表現的國際評比，近年來引起各界廣泛的注意，諸如 TIMSS 2003 (The trend of International Mathematics and Science Study 2003)。此國際比較研究除了可以瞭解各國學生的數學成就在國際間的評比之外，可以進一步瞭解影響學生成就表現的相關因素。

TIMSS 2003 是國小學生首次參加 IEA 自 1995 年以來調查中小學生國際數學與科學教育成就趨勢調查研究，該研究分別在 2002 年進行試測(Field Test)，2003 年進行實測(Main Survey)。TIMSS 2003 施測時正值我國推動九年一貫課程，在學生面臨 82 年版與九年一貫暫行綱要（以下簡稱為暫綱）數學課程銜接之際，其數學成就表現是令人關注的。由於參加試測的學生一至四年級都是使用 82 年版的數學課程，參加實測的學生一至三年級是使用 82 年版的數學課程，而四年級是使用暫綱課程，參加試測與實測的兩群學生恰好於四年級時使用不同課程的教科書，提供了非常好的機會來檢視兩波不同課程改革下的學生在相同幾何試題的評量下，其數學成就表現有何差異？以瞭解我國數學課程改革的成效。

近幾年來有更多的研究者致力於國小階段的幾何研究，吳德邦依據 van Hiele 的幾何發展層次來檢視我國學生的幾何發展情形(吳德邦, 2003)，張英傑和他的研究生則探討兒童對幾何形體的研究與幾何相關的數學課程（張英傑, 2001）。研究發現學生對二維形體和三維形體有辨識上的困難，易受圖形大小及方位等因素影響（謝貞秀, 2002; 高耀琮, 2002）。由於這些研究都是屬於個別型研究，學生在幾何的學習困難到底是純屬於我國地域性的問題？抑是國

¹ 本論文數據資料由方敬慈的碩士論文提供，由林碧珍主筆

方敬慈、林碧珍 (2007)：透過教科書分析探討我國國小四年級學生在 TIMSS 2003 試測和實測的幾何成就表現。中華民國第 23 屆科學教育學術研討會論文集 (p. 31)。論文發表於 12 月 13~15 日。高雄市：國立高雄師範大學科學教育研究所主辦。

際間同年齡群普遍性的錯誤？學生對特定的幾何概念，如幾何變換，是由於幾何教材的學習時機因素而造成的嗎？

TIMSS 2003 是一個大型的跨國比較研究，有 25 個國家的國小四年級學生參與此研究，我國從國小四年級母群體中以隨機抽樣抽出 150 所小學，合計 4661 位學生參與施測。正好可以回答上述的問題，為了瞭解我國學生的幾何試題表現在國際間的地位，請參考林碧珍和蔡文煥 (2005) 的論文；為了瞭解是否因幾何教材學習時機因素而造成我國學生在某些幾何概念的低成就表現，則是本論文的焦點。

依據 Wang, Haertel, & Walberg (1990) 從一百多篇的文獻分析提出，課程設計是影響學生學習的六個主要因素之一，Carroll (1998) 以同樣的論點在國際性的研究報告提出：美國學生有困難於理解及應用幾何概念，主要原因是出在美國的數學課程。林碧珍和蔡文煥分別分析試測和實測試題內容，發現幾何概念是否涵蓋在教科書內容中，是影響學生數學成就的因素之一 (林碧珍、蔡文煥, 2003; 2005)。然而，究竟出現在試測和實測的相同試題，其涉及的幾何概念是否都涵蓋在 82 年版的數學課程和暫綱中？在這兩波數學課程改革下的國小四年級學生在這些相同幾何試題的表現有何差異？

二、研究方法

本研究的主要研究工具為 TIMSS 2003 國小四年級試測與實測部分試題中的 20 題幾何共同試題，這些試題涉及的幾何概念為：二維形狀和三維形體 9 題、位置和空間關係 2 題、線和角 3 題、對稱和變換 4 題、全等和相似 2 題。有 1601 位國小四年級學生於 2002 年參加試測，4661 位國小四年級學生於 2003 年參加實測。這些試題中有 8 題為選擇題，12 題為開放式問題，有 8 題可公開，其餘 12 題為追蹤題不可公開。實測的 8 題中在題目的語詞上或格式上有稍微作修改。

表 1：試題分析與涵蓋在教科書與否

試題編號：M031109		試題類型：選擇題		試題公開與否：不公開				
試題概念：線和角—比較角度的大小並排序		認知領域：使用概念						
題目涉及的幾何概念：角的大小比較，由最小排到最大								
試題是否修改：是；題幹的文字敘述稍作修改								
施測學生	施測人數		答案選項					通過率
			A	B	*C	D	其他	
實測	399	N	9	156	222	10	2	55.6%
		%	2.3%	39.1%	55.6%	2.5%	0.5%	
		殘差	0.8	2.2	-2.3	0.5	-1.2	
試測	219	N	3	66	143	4	3	65.3%
		%	1.4%	30.1%	65.3%	1.8%	1.4%	
		殘差	-0.8	-2.2	2.3	-0.5	1.2	
卡方值：7.572				漸近顯著性 (雙尾)：.109				
課程	教科書	冊-單元	教科書處理的幾何概念					是否涵蓋試題概念
暫綱	A	7-03	認識角並比較角的大小，會使用量角器量角度並畫出指定的角					○
	B	8-09	認識角並比較角的大小，會使用量角器量角度並畫出指定的角					○
82 年版	A	7-04	認識角並比較角的大小，會使用量角器量角度並畫出指定的角					○
	B	7-12	認識角並比較角的大小，會使用量角器量角度並畫出指定的角					○

方敬慈、林碧珍(2007):透過教科書分析探討我國國小四年級學生在TIMSS 2003 試測和實測的幾何成就表現。中華民國第23屆科學教育學術研討會論文集(p.31)。論文發表於12月13~15日。高雄市:國立高雄師範大學科學教育研究所主辦。

為瞭解學生在TIMSS 2003試測和實測幾何共同試題整體通過率的差異性及在各子概念之通過率有無差異,以獨立樣本T檢定考驗;再分別用卡方檢定(chi-square)來探討每一個共同試題學生答題表現上有無差異,以卡方檢定的百分比同質性考驗,來檢驗其作答情形是否有顯著差異。當卡方檢定結果顯示有顯著差異存在時,再進行事後比較工作,利用細格校正後的標準化殘差值來進行比較,以1.96作為.05的顯著水準之臨界值,即任一細格中標準化殘差的絕對值只要大於1.96,在.05的顯著水準之下就有顯著差異(余民寧,2005;邱皓政,2005)。各試題在實測與試測的答題類型的卡方檢定如表1。

每一個共同試題分別邀請3位專家教師逐一檢視是否涵蓋在82年版及暫綱的教科書中,以提高分析者的信效度,如下表1。當實測和試測學生的答題通過率偏低時,將進一步探究教科書涵蓋試題概念的情形與學生答題表現之關係,與找出造成通過率偏低的可能原因。此處通過率偏低,在本研究操作性定義為幾何共同試題實測的平均通過率(70.71%)與試測的平均通過率(65.53%)加總後除以2得之,因此試題的通過率若低於68.12%,則稱學生在該試題的通過率偏低。

三、研究結果

(一) 實測和試測學生在幾何共同試題整體表現及各子概念的成就表現沒有顯著差異。

表2為實測和試測的學生在幾何共同試題整體通過率及各子概念之平均通過率,實測和試測學生的幾何共同試題整體通過率分別為70.71%、65.53%,顯示實測學生比試測學生的平均通過率高,但經T檢定考驗結果,兩者未達顯著性差異,t值為0.95。在這五個幾何概念中,不管是使用82年版數學課程的學生或使用暫綱的學生,以對稱和變換、線和角兩個概念的表現平均通過率偏低,約為六成。

表2:實測和試測學生在幾何共同試題整體通過率及各子概念之平均通過率

幾何子概念	實測通過率	試測通過率	T值	P
二維形狀和三維形體(9題)	75.04%	67.80%	0.69	0.50
位置和空間關係(2題)	81.05%	70.55%	0.94	0.47
線和角(3題)	60.20%	62.97%	-0.740	0.50
對稱和變換(4題)	62.30%	62.33%	-0.00	0.99
全等和相似(2題)	73.45%	60.50%	1.03	0.42
整體(20題)	70.71%	65.53%	0.95	0.35

參加實測和試測的學生在幾何五個子概念平均通過率分別為:二維形狀和三維形體(75.04% vs. 67.80%)、位置和空間(81.05% vs. 70.55%)、線和角(60.20% vs. 62.97%)、對稱和變換(62.30% vs. 62.33%)、全等和相似(73.45% vs. 60.50%)。資料顯示:實測學生在二維形狀和三維形體、全等和相似、位置和空間的試題表現上平均通過率皆高於試測的學生。相反地,在線和角、對稱和變換概念上,實測學生的表現反劣於試測學生,但經T檢定考驗結果兩者分別在五個子概念的表現都未達顯著性差異。

(二) 試題的幾何概念涵蓋在82年版和暫綱的教科書的情形。

方敬慈、林碧珍 (2007): 透過教科書分析探討我國國小四年級學生在 TIMSS 2003 試測和實測的幾何成就表現。中華民國第 23 屆科學教育學術研討會論文集 (p. 31)。論文發表於 12 月 13~15 日。高雄市: 國立高雄師範大學科學教育研究所主辦。

各個幾何試題在 82 年版和九年一貫行暫綱下的教科書分佈情形, 依據試題的概念是否涵蓋在 82 年版及暫綱的課程內容作分析, 將其分類為:

1. 試測和實測學生對於都涵蓋在 82 年版及暫綱課程的試題表現

表 3 的資料顯示, 20 題的幾何試題中有 8 題全部涵蓋在學生的數學課程中。分析結果發現: 即使學生學過線和角, 但平均通過率都偏低。經更進一步探討發現: 學生已學習過角的大小比較, 實測和試測學生選答選項「由最小排至最大的順序」的百分率偏高為 30.1%, 而正確答案的選項為「由最大排至最小的順序」學生並未清楚閱讀試題訊息, 以致造成答題錯誤, 兩個選項的答題百分率總合, 實測和試測分別為 94.7%、95.4%, 可見學生因為未清楚閱讀題本, 造成通過率降低。

「分類比 90 度大、小、或等於 90 度的角」此一概念已涵蓋在實測和試測學生所使用的四年級教科書中, 但通過率仍然偏低, 實測和試測分別為 67.0%、60.5%, 可能因為此試題所限定的角度範圍, 既要大於某角度同時又要小於另一個角度, 學生容易畫出「兩」個角, 而沒有滿足試題所要求的畫出同時符合兩個條件的「一個角」。

更進一步發現, 使用暫綱課程的學生其表現極顯著優於 82 年版課程的學生, 尤其是在從周遭環境中辨識幾何形體試題的表現, 其對應的平均通過率為 82.3% 和 71.2%, $P < .001$ 。可能是因為九年一貫課程暫行綱要很強調連結主題, 而造成的學習效果。

表 3 : 學生在試題概念都涵蓋在 82 年版及暫綱課程的表現

幾何概念	幾何子概念	題目修改	實測通過率 (%)	試測通過率 (%)	選項答題卡方值
二維和三維形體	形體的分割與組合	×	85.6	81.8	6.95
	從周遭環境中辨識幾何形體	○	82.3	71.2	86.86**
	畫一條直線將長方形分割成兩個三角形	×	93.6	93.1	0.98
	畫一條直線將長方形分割成兩個長方形	×	95.0	97.2	2.07
	畫兩條直線將長方形分割成一個長方形和兩個三角形	×	84.7	77.5	28.56**
	根據性質分類二維形體	×	80.3	79.8	0.34
線和角	角的大小比較及排序	○	55.6 [‡]	65.3 [‡]	7.57
	分類比 90 度大、小、或等於 90 度的角	○	67.0 [‡]	60.5 [‡]	4.89

: 通過率低於整體平均通過率 (實測: 70.71%; 試測: 65.53%); ** $P < .01$

2. 試測和實測學生在幾何課程範圍的試題成就表現

表 4 的資料顯示, 20 題的幾何共同試題中, 有 8 題是超乎我國四年級學生的幾何課程的深度, 這些概念為: 圖形分割、展開圖、平移、旋轉、點對稱、線對稱、辨識相似三角形、使用幾何圖形的性質解決問題。

表 4 : 學生在試題概念都沒有涵蓋在 82 年版及暫綱課程的表現

幾何概念	幾何子概念	題目修改	實測通過率 (%)	試測通過率 (%)	選項答題卡方值
二維和三維形體	使用幾何圖形的性質, 解決例行性問題	○	58.0#	28.7#	120.91**
	使用幾何圖形的性質, 解決例行性問題	○	54.6#	34.7#	85.24**

方敬慈、林碧珍 (2007): 透過教科書分析探討我國國小四年級學生在 TIMSS 2003 試測和實測的幾何成就表現。中華民國第 23 屆科學教育學術研討會論文集 (p. 31)。論文發表於 12 月 13~15 日。高雄市: 國立高雄師範大學科學教育研究所主辦。

位置和空間關係	瞭解形體與展開圖間的關係	×	75.7	60.8#	19.15**
對稱和變換	瞭解點對稱	×	52.0#	48.9#	4.80
	畫出二維的對稱圖形	×	49.4#	52.8#	6.88
	辨識依順時針轉動後的圖形	×	83.5	85.8	1.27
	畫出線對稱圖形	×	64.3#	61.8#	6.48
全等和相似	辨識相似三角形	○	65.6#	50.7#	101.11**

#: 通過率低於整體平均通過率 (實測: 70.71%; 試測: 65.53%); **P<.01

這些概念中, 只有辨識圖形經順時針轉動後的圖形的試題, 學生答對率較高, 實測和試測各為 83.5% vs. 85.8%, 可能是因為學生生活中有順時針的經驗。其餘的幾何概念, 學生沒有學過, 其通過率皆偏低; 學生易將旋轉與平移混淆或將對稱線誤認為等分線; 以為只要將圖形平分的線就是對稱線, 而誤認為長方形的對角線為其對稱軸。

這些試題涉及的幾何概念都沒有包含在我國的數學課程中, 而國際試題取用的原則是至少 70% 參與國家的數學課程包含試題所涉及的幾何概念才選用, 由此顯示出我國有關柱體的展開圖教材、相似圖形、及剛體變換中的旋轉、線對稱比其他國家延後學習。

3. 學生在試題只涵蓋在 82 年版或暫綱課程的成就表現

表 5 的資料顯示, 20 題的共同試題中, 有 4 題的幾何概念是 82 年版和暫綱兩種課程處理的學習進程不同, 其中平行線、利用幾何性質解決問題這兩個概念, 在 82 年版課程已經處理, 但暫綱課程還沒處理, 82 年版課程下的學生在這兩個概念的成就表現優於暫綱下的學生, 平均通過率都偏低, 利用幾何性質解題的平均通過率分別為 46.3% vs. 41.0%; 畫出一條平行線的平均通過率分別 63.1% vs. 58.0%, 兩者達到極顯著的差異, 畫平行線的通過率偏低, 因為學生將互相平行的線畫成垂直線或沒有畫出精確的平行線。同樣地, 認識全等三角形及在非正式的座標系標出座標已涵蓋在在暫綱但沒有在 82 年版課程內, 在暫綱下的學生在這兩個概念的表現均優於 82 年版課程下的學生。

表 5 : 學生在試題只涵蓋在 82 年版或暫綱課程的成就表現

幾何概念	幾何子概念	題目修改	實測通過率 (%)	試測通過率 (%)	選項答題卡方值	是否涵蓋在 82 年版	是否涵蓋在暫綱
二維和三維形體	使用幾何圖形的性質, 解決例行性問題	×	41.0#	46.3#	6.66	○	×
位置和空間關係	在非正式的座標系, 以座標標出位置	○	86.4	84.3	10.91	×	○
線和角	辨識平行線和垂直線	×	58.0#	63.1#	36.02**	○	×
全等和相似	辨識全等三角形	×	81.3	70.3	16.61**	×	○

#: 通過率低於整體平均通過率 (實測: 70.71%; 試測: 65.53%); **P<.01

四、結論與建議

從 82 年版或暫綱課程下的學生在幾何試題的表現, 以 20 題共同試題作雙重檢核, 本研究

方敬慈、林碧珍(2007):透過教科書分析探討我國國小四年級學生在 TIMSS 2003 試測和實測的幾何成就表現。中華民國第 23 屆科學教育學術研討會論文集 (p. 31)。論文發表於 12 月 13~15 日。高雄市:國立高雄師範大學科學教育研究所主辦。

發現:暫綱下的學生平均通過率略高於 82 年版課程下的學生,分別為 70.71% 和 65.53%,但兩者未達顯著性差異。造成此些微的差異本研究發現主要是由於提供給學生學習幾何教材的機會而造成的效果。

(一)學生在旋轉、線對稱、相似幾何概念相關的試題共有 8 題,平均通過率偏低,主要是由於四年級教材沒有處理這些概念,因此建議我國四年級課程需要為學生鋪成有關旋轉、線對稱、相似教材的學習。

(二)學生對於所學習過平面和立體圖形的辨識,共有 8 題,學生在這些概念的平均通過率都偏高,只有 2 個試題的表現不佳,是因為粗心或誤讀題意而造成。

(三)在暫綱和 82 年版課程提供給學生不同的學習機會,本研究發現:82 年版課程比暫綱提早提供給學生畫平行線的學習機會,但是 82 年版課程四年級教材並沒有像暫綱一樣提供給學生找出全等三角形及標出座標點的學習機會,本研究更進一步發現:不管暫綱或 82 年版課程,幾何概念只要是學生學過的都比沒有學過的學生成就表現較好。由此顯示,教材提供給學生學習促成學生成就表現的效果。

(四)雖然實測試題依據試測的結果在題目的文字修辭詞上稍作修改,從本研究發現,題目的修改並不是造成學生在實測和試測的成就表現差異的因素。

依據本研究結果,為了提昇我國四年級學生幾何的國際成就表現,將我國四年級的幾何課程配合著國際間其他國家的四年級幾何課程的學習進度是一個可能有效的途徑。

五、參考文獻

- 余民寧(2005)。心理與教育統計學(修訂二版)。三民書局。
- 林碧珍、蔡文煥(2003):四年級學生在國際教育成就調查試測的數學成就表現。科學教育月刊,第 258 期,2-20。
- 林碧珍、蔡文煥(2005):TIMSS 2003 台灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。科學教育月刊,第 285 期,2-38。
- 林碧珍、蔡文煥(2006):TIMSS 2003 國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。張秋男主編:TIMSS 2003 國際數學與科學教育成就趨勢調查國家報告(pp. 123-161)。國立台灣師範大學科學教育研究中心。
- 邱皓政(2005)。量化研究法(一)研究設計與資料處理。雙葉書廊有限公司。
- 高耀琮(2002)。兒童平面幾何圖形概念之探討。國立台北師範學院數理教育研究所碩
- 張英傑(2001)。兒童幾何形體概念之初步探究。國立台北師範學院學報,14,491~582。
- 探討。科學教育月刊,285,2-38。
- 謝貞秀(2002)。國小中年級學童平面幾何圖形概念之探討。國立台北師範學院數理
- Carroll, W. M. (1998). Geometric Knowledge of Middle School Students in a Reform-based Mathematics Curriculum. *School Science and Mathematics*, 98, 188-97.
- Wang, M. C., Haertel, G. D. & Walberg, H. J. (1990). What influences learning? A content analysis of review literature. *Journal of Educational Research*, 84(1), 30-43.