

反思中的反思：以數學教學專業對話為例

林碧珍

國立新竹師範學院數學教育學系教授

linpj@mail.nhctc.edu.tw

摘要

本文旨在分享一位師資培育者如何營造與小學教師建立「我---你的分享關係」而非「我---他的主客關係」的數學專業對話互動團體，以促進教師的數學專業發展。首先，進入數學教室觀察教師的現場教學；緊接著，舉行教學後的專業對話，進行教學者的自我反思及觀察者對教學者教學的社會性反思；其次，師資培育者和每位參與教師透過數學日誌的撰寫，針對當天的教學對話內容再次地反芻，進行描述性、闡釋性、反省性、批判性等不同層次的反思；最後，師資培育者再次閱讀及眉批參與教師的反思性數學日誌內容，以瞭解現場教師對教學所關注的內容及面向，及師資培育者反思專業對話的內容對促動教師教學思考的深度及廣度之程度。本文將以乘法教學案例來說明營造一個「我---你的分享關係」的數學專業對話的機會，而讓師資培育者及所有參與教師進行反思中的反思；所有參與教師在乘法教學共同建立的經驗品質，是本文用來傳達我和這群教師效化行動研究的歷程。

關鍵詞：反思、行動研究、分數教學、乘法教學、數學專業成長團體

壹、前言

去年的六月，由教育部針對九年一貫課程綱要修訂能力指標舉辦的數學家與數學教育家的一場專業對話，在休息時間，從會場的某一個角落傳來很熟悉的聲音「…林教授培養出來的研究生，在這場的對話中都能言之有物…」，這句話聽在我心坎裡，樂在心中，這句話也不禁讓我去反思，其他教授帶出來的研究生不也是一樣嗎？我帶出來的研究生真的和其他教授帶出來的研究生不一樣嗎？透過諸多種種比較之後，我才覺醒到：「我培養出來的在職教師研究生說起話來真的很有內涵、很專業，表現得很有自信。」；經過仔細思量之後，對一個師資培育者，我，因為這被這一語點醒了，讓我覺得很需要而且很值得駐足回首追憶過去這六年來，我是如何進行在職教師的數學專業發展。

六年來，我所選擇的研究主張是：理論結合實務的研究取向，以理論支撐教學實務，透過實務來潤飾理論。我和一群教師進行的對話情境是數學教學的現場，對話的內容都是在有情境脈絡下的數學教學問題，我們討論的數學教學問題都是非去情境化 (de-contextualization)，問題的發生皆有脈絡依尋，因此所討論的教學問題不需要做任何的預先假設，這些數學的教與學問題都是來自我和這群教師在同一個真實教學情境中親眼目睹共同蒐集的教學事件；由於都是教室中活生生的真實教學事例，因此對每位參與對話的第一現場教師而言，都是很有感覺的、不生澀的。即因如此，研究的主體與客體的分享關係，很自然地在我與一群教師之間的研究關係就這樣產生了！這就是為什麼我要選擇這個主題“研究者與參與教師的「我---你的分享關係」而非「我---他的主客關係””，作為我經營一個以學校為本位或跨校的數學教師專業成長團體的最核心部分。有了研究者與參與教師的「我---你的分享關係」為基礎的專業對話團體，成員之間才有可能針對一場數學教學進行反思中的反思！這就是為什麼我要選擇這個題目「反思中的反思」作為本文的焦點之理由。我和一群教師又是如何營造這樣的分享關係呢？我和一群教師又是如何透過對話進行第一級、第二級反思及第三級反思（反思中的反思）？這些就是本文要回答的研究問題。

為了回答研究問題，本文所呈現的佐證資料將依據文章的組織架構為主軸，引用佐證的實徵性資料以內文的需求為原則，故以下內文所述及的內容將會來回穿梭於六年期間所進行的數學專業成長團體的運作機制。本文首先提出作者從事

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

在職教師專業發展研究的基本主張, 以第一小節論述了『為什麼我和一群教師要選擇的研究關係是一種「我---你的分享關係」而非「我---他的主客關係」』的基本主張; 其次, 將於第二小節描述我過去六年來經營的不同數學成長團體及營造我和一群教師以一種「我---你的分享關係」的研究關係, 所訴諸的情感維繫及理性爭辯在數學專業對話的實際作法。對營造教師專業成長團體而言, 情感維繫及理性爭辯兩者皆具有舉足輕重的地位, 兩者不斷地互相交錯於營造一個專業成長團體的專業對話中。由於篇幅所限, 又作者撰寫本文的基本立場是回歸數學學科的本質, 故於後的內文將以「乘法教學」一節課的教室觀察為燃點, 如何在教師進行數學專業對話中繼續延燒著理性爭辯的火苗, 因此本文於第二節著墨較多於理性爭辯下每位教師所進行的反思。行動研究的效化歷程, 是從事行動研究者不可忽視的一環, 它是作為本文的結論。

貳、選擇「我---你的分享關係」的一種研究關係

一、為什麼我和一群教師要選擇的研究關係是一種「我---你的分享關係」?

起初, 在車站小學, 和我一起對話的這群教師, 不是所謂的專家教師, 他們不一定願意、也不知道教育改革之路怎麼走! 他們與其他教師不一樣的是有一顆願意為孩子付出、樂意為台灣數學教育奉獻的赤誠之心。在當時, 一般校園內充斥的研究文化是實證研究的典範, 這群教師和其他教師一樣, 在過去已經被傳統的研究典範塑造成, 以為他們在研究情境中要被要求保持肅靜, 不可發聲, 以免干擾我的判斷, 唯恐破壞了我在研究過程中獲得資料的正確性與可靠性; 他們以為我和他們的互動方式是要保持一種上對下的學術權威關係, 以為我只是要頂著學術的光環, 以傳統的進修模式, 對他們做幾場的演講而已。一個月、兩個月、半年之後, 我與他們的互動方式, 讓他們從等待我把不切實際的「最佳方法」加以包裝交給他們, 逐漸地遠離了上對下的不平等關係, 而撲向平等的對話方式。雖然, 他們對參加研習進修的方式在形式上做了調整與修正; 但是, 在專業對話的討論會上他們仍然沿襲我國傳統固有的美德, 他們將自己與我的關係建立在維持一種「上行下效」的權威關係, 「順從」我或同儕所提出的任何觀點, 「模仿」我對他們所做的一切; 他們也不習慣於過渡呈現自我, 深怕違逆了我國古訓的「謙虛」美德; 每次專業對話討論會結束前的幾分鐘, 他們企盼等待的是: 從當天的

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

專業對話內容, 我能為他們具體的提供「唯一的」「最好的」解決問題的方案, 也期待我能為他們下一個結論; 這樣的等待, 就如同他們在教室中為孩子所做的一切一樣; 但是, 他們的等待隨著一次次的專業對話討論會, 一次一次的落空; 相對的, 從一次次的專業對話討論會的錄音帶中, 他們說話的次數變多了(發言的次數增多了), 每一次說話的字數變多了(發言的廣度及深度內容增加了), 有更多不同的聲音在對話了(有更多的教師敢發言了), 說話的語調一個月和一個月也不同了(嗅到批判性的味道了)。

為什麼這群教師會有這樣的改變? 因為我選擇了要和這群教師一起來瞭解數學課程改革的教育現場(我們要追求的是去瞭解數學課程改革的現場教師所遭遇的困難是什麼?), 我要協助這群教師共同來釐清並落實數學課程改革的精神(我們要追求的是落實數學課程改革的實踐過程)。我放棄了實證研究典範所要掌握的知識生產權及知識發言權, 若要這群教師彈出研究場域的教師專業發展模式, 是我所唾棄的; 我更不願意這群教師在研究情境中保持肅靜不語, 因為這樣的研究情境會讓我聽不到現場教師的心聲, 不瞭解他們的困難所在, 這樣也會讓我孤獨自處, 感到不自在, 這樣的模式, 不可能讓我與這群教師共同生產知識, 我很快被彈出教師專業發展的研究場域。相反的, 我所尋求的是要和這群教師一起分享與瞭解, 共同建立我們之間的生命故事, 一起生產知識, 共同呈現我們生產的知識, 我和這群教師之間所尋求的是我們共同的瞭解, 建立我們共同的生命經驗, 因此我和這群教師都是研究者, 是行動者, 也是反思者, 共同去探究我們所關心的問題。我在乎的不是我能掌握多大的絕對知識生產權, 而是, 我和這群教師能否共同編織我們追求實踐與自我瞭解的生命故事。我所在乎的是這群教師能否和我同時出現在研究情境中, 因為我們必需一起來解決我們共同關心的問題, 我所在乎的是這群教師能否和我交換不同的觀點? 是否達到視界的交融?

二、我和這群教師如何營造「我---你的分享關係」?

(一) 情感的維繫

六年來, 我經營了六個不同的數學成長團體(每年組成的團體, 只要有一位成員不同, 我就稱之為不同的數學成長團體), 前三年是以學校為中心的數學成長團體, 後三年是以跨校的教師專業成長團體及校內教師組成的數學專業成長團體(林碧珍, 2001)。由於每年研究進行的活動性質不同, 學校教師每年在校

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

內的教師專業成長團體來回穿梭不定, 每年組成的成員因而不同。即使如此, 教師專業成長團體互動機制的經營, 以第一年最為辛苦、最為困難。第一年深入教學現場與教師互動, 我所看、所言、所做的一切對教師而言, 都是新鮮的、生澀的; 雖然參與教師只有四人, 但是我仍然很用心去營造一個專業成長團體, 一直到學期末, 得知有兩位教師願意繼續參加下一年度的研究計畫(一位是代課教師調往他校、一位是因為生產育嬰的因素); 當時我的心情很低落、很沮喪, 而以「要顛覆傳統的實證研究典範、重新建立校園內教師的專業成長文化」自我解嘲一下, 以「萬事起頭難」的勵志名言自我安慰一番, 「堅持到底成功就屬於我」是我勉勵自己繼續留守在車站小學第二年與這群教師共舞的最佳名言。

在車站小學第二年新組成的數學成長團體共有八位教師, 其中兩位是第一年已經加入的, 因為有這些資深成員的固守, 比較容易去影響、去帶動新加入的成員, 所以經營第二年以後的成長團體輕鬆了許多; 第三年的數學成長團體是第二年部分成員所留下來的, 因此不需要特別去經營第三年的團體運作方式。第四年的數學專業成長團體是跨校的教師及行政人員組成的, 對我而言, 又是一個新的經驗, 但由於有車站小學資深成員的加入, 第一次的專業對話內容在深度及廣度上, 令我相當滿意, 給我們每一個人的感覺很棒(將描述於本文的第三節乘法教學就是我經營的第四年數學專業成長團體之第一次專業對話內容)。

但是在每個數學成長團體剛成立的初期, 我仍然很細心的經營, 由於有些成員是新加入團體的, 新加入的成員可能因為對團體的陌生, 缺乏對團體的安全感, 缺少對成員的信任感, 剛開始的幾次在討論會中都是保持沈默不語, 前三年經營的數學成長團體的第一次會議, 我通常都會對自己主持當天的會議很不滿意, 因此在第一次討論會之後, 我的心情跌到谷底、是低沈的、是沮喪的, 在會議之後我一定會數度對團體的運作機制進行檢討與反省, 為了減低新成員對團體的運作因陌生而產生焦慮, 我和所有成員一樣, 撰寫了一篇反思性數學日誌, 它一方面可以傳達我在團體中所肩負的責任及對團體成員的期許; 另一方面是要讓參與成員知道, 我是他們的共同學習伙伴, 我和他們一樣、做同樣的事, 我也需要寫數學日誌(林碧珍, 2000)。第一次討論會後, 我的數學日誌內容是這樣寫著的:

...我很在乎成長團體中每個人的感覺, 讓每個人熱愛數學成長團體是我要努力的目標; 讓每位成員覺得數學成長團體是我們共同解決數學教學問題, 也是我們互訴心聲的地方, 這是我要達到的最高理想; 讓每位成員以「好東西與好朋友分享」的原則踏進我們聚會的地方, 這

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

是我們必須達成的共識。我們之所以能聚在一起, 是因為我們彼此間有份深厚的「緣」, 因為只有有緣人始能互相關愛, 始能用心地去體會彼此的感覺。

我們是維護教師專業尊嚴的一群, 因為我們每位成員擁有一份對教育的熱忱與敬重。既是如此, 你我的經驗、觀點、意見、或建議, 只要是有助於成長團體成員教學的改進, 都是值得珍惜的; 因此在您想表達意見時, 請不要猶豫也不要擔心對或錯、合理與否, 因為我們的成長團體在進行意見溝通討論時沒有特定的權威者; 經驗的分享與觀點的交換是促進成員智慧成長的途徑之一; 理性的爭辯是當我們的意見有衝突時尋求達成共識的唯一管道。你我的「分享」是維繫成長團體討論會生命力的泉源, 是製造意見衝突的源頭; 「分享」一詞中的「分」與「享」如同支持天秤平衡兩邊的「法碼」, 少了一方均會造成不平衡; 因此當您走入成長團體的討論會時, 請別忘了「分」是您應盡的義務, 「享」是您應享的權利。… (珍珍, 數學日誌, 19990906)。

由於我和這群教師之間各自擁有的知識與學術地位不同, 車站小學的教務主任和這群教師之間因有存在的階層關係, 雖然我嘗試在討論會中去維持教師發言的權力與機會的均等, 但是這群教師終究難以拋棄自己在信心與知識上, 在彼此間所產生的內在不平等的知覺。下面這段內容是我嘗試去維持教務主任與這群教師之間在表面上的平等溝通, 但是對我自己而言, 也無法擺脫過去的刻板印象, 我也和這群教師一樣需要學習。

…接著, [仁仁]主任在玉玉老師提出評量命題必需符合學生的生活經驗時再補充: 需考慮到城鄉之別。雖然我去強調了玉玉老師提出的重點在於生活化, 但在討論會中我忘了去強化[仁仁]主任的要點在於不同地區有文化之別, 不同地區的學生有不同的生活經驗。[仁仁]主任當時一定很失望, 我想對[仁仁]主任說: 「對不起, 我不是有意的, 我下次會改進, 我會做得更好」。

嘗試維持團體討論中每個人發言的「平等」機會與權利, 是我主持討論會一貫秉持的原則。[仁仁]主任因為是教務主任, 在未成立這個團體前早已被豎立為一個較具有特殊權威的身分。在討論會時, 要被要求置身於相同的工作環境, 也要面對著面孔熟悉的同事的你, 去扮演與你原來完全不同的角色, 這何其難啊! 即使你能, 但我懷疑的是, 我擔心的是: 成長團體的教師是否也能將你的兩種角色作最適當的取捨? 從這次會議結束後, [仁仁]主任對我說: 「我有好多話想說, 可是沒有機會說, 例如: 兩個圓的問題」。我感覺得到[仁仁]主任很委屈, 很不習慣這樣的方式。我真的感受到你的心情, 因為這不是你原來權威身分所該有的。我想對[仁仁]主任說: 「抱歉! 在討論會中我們想聽到每一個人的聲音, 告訴我, 我該怎麼做?」並再一次的想對你說: 「從下一次起, 我一定遵守準時 1:30 開會, 準時 4:00 散會。」… (珍珍, 數學日誌, 19990906)。

(二) 理性的爭辯

為了讓數學成長團體永續經營, 除了情感的維繫之外、成員之間當有認知上的衝突時, 理性的爭辯是唯一能平息我們之間爭辯的和事佬, 它是我們每一個人一直努力去追求的至高目標。而數學教室的教學是讓我們進行理性的專業對話的主要來源, 是我和這群教師製造數學教學問題的討論場所。

1、數學教室是提供我和這群教師進行數學教學的第一級反思

六年來進行的教師專業發展研究, 安排參與教師齊聚於同一間教室一起觀察

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

教師的教學, 成為是我們每年必定進行的例行性研究活動。教室觀察所關注的焦點是反映出教師在教學時所重視的層面, 我的假設是: 若以教師為中心的教學取向, 則教師在教室中所觀察的焦點是教師的教室行為(如發問技巧、所站的空間位置); 若以學生為導向的教學, 則其觀察的專注點放在學生的學習, 諸如: 學習的困難、解決問題的策略(林碧珍, 2001)。以學生為觀察焦點的教室觀察, 是我協助這群教師去欣賞學生如何學習數學的一種策略。

剛開始, 教師仍以學校經常進行的「教學觀摩」的心態來進行「教室觀察」, 因此, 以「教室觀察」取代「教學觀摩」來觀察教師的教學, 是進行成長團體互動之前, 我必須先為教師調整的心態。因為這兩者的區別在於: 教學觀摩的目的是教學者儘可能示範最完美的教學技巧, 讓觀察者模仿; 觀察的焦點是教師本身, 教師和學生被對待成如同演員一般被期待是完美的演出者, 觀察者是模仿者; 傳統以教學觀摩的方式進行, 因觀察者所期待觀摩的是一場完美無缺的教學, 因此對教學者而言為了追求完全、製作道具費時、壓力很大, 一般學校資深的教師大抵不願意成為教學觀摩的演示者。即因如此, 能應允進行教學觀摩演示者, 其他教師即認為其偉大無比, 故需以熱烈的掌聲給予精神鼓勵, 觀察者在事後的教學討論會於心何忍, 何來的勇氣對其教學進行批判性的評論, 即因如此, 導致學校的教學檢討會淪為一種歌功頌德的表象, 無法達到真正改進數學討論的實質意義。

相反的, 教室觀察的目的是要細心的觀看, 小心的檢視學生的學習, 教師是教學者, 學生是學習者, 觀察者是觀察員, 觀察者將焦點聚焦於學生的解題, 遠超過於將觀察焦點放在教師的教學技巧, 由於觀察者在教學時細心地蒐集學生的各種解題策略, 在教學後的討論會能將討論問題聚焦於學生的學習及教材的處理問題上。透過觀察, 協助了教師蒐集到有關教材結構的發展、數學的教學盲點、及學生學習的問題, 因此我們不希望看到經過外表包裝無法反應與教師平時所進行的教學一樣的樸實教學, 而是我們希望教師呈現在教室觀察中的數學教學是真實教室教學的原貌, 也因此, 我們減低了教師因需要做教學演示的負擔。由於觀察後的討論會, 我們將焦點聚焦於學生身上, 也因此而減低了演示教學者的壓力, 教學者提供給觀察者製造議題討論的場景, 觀察者協助教學者蒐集個別學生的解題類型, 教學者與觀察者即在兩者互蒙其利的互動下, 教室觀察取代了傳統的教學觀摩, 就這樣而消滅不了我們追求卓越的數學教學的熱忱, 參與研究的教師

林碧珍(2004)：反思中的反思：以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

不管是輪流為教學者或觀察者，都很期待下一場次的教室觀察趕快來臨。菁菁老師就在討論會的結束前提到：

我覺得林老師[指作者]很厲害，我都覺得我上完都覺得好沈悶，怎麼還能討論一個下午太厲害了，都覺得說那個東西好像很平常，也沒有什麼很特別的，學生好像也沒出什麼狀況，可是各位老師還是很厲害，我們還是好像有討論出非常非常多的東西，因為每次教室觀察回去我都會再重新教一次，就是把討論裡面發現有哪邊做的不好，會去就再修正一次，我覺得這是教室觀察對我最大的收穫，所以我跟英英老師就會很期待說教室觀察，因為就是真的哪裡做不好，再回去做，因為真的很少有這種機會（菁菁，討論會逐字稿，20011015）。

為了要減低教師因演示而造成的心理壓力，我自己是團體中的一員，第一次，我先邀請這群教師到師院來觀察我的「數學科教材教法」教學，下一個我們觀察的是，這群教師中比較有自信的一位教師。初期，這群教師並不瞭解為什麼要進行教室觀察，也不知道如何觀察學生的學習，他們觀察的焦點大都放在教師的教學技能層面，所關注的層面包括教具（數量、使用效果）、小組討論（分組方式、效果性）、教師如何與小組互動、如何進行有效的提問等，蓉蓉老師在討論會上描述著：

開始時我不知道教授要我們看什麼重點，大家的注意力都集中在老師的角色。這次的觀察雖然學生的表現我也觀察到，但是看得較表象，並沒有深入去探討學生的思考方向。這次的觀察經過成長團體的討論後，我豁然了解到自己的觀察重點在教師身上，與新課程強調的教學把焦點放在學生的學習上不相吻合。這讓我想起以前未加入成長團體時，經常質疑教室觀察後教學檢討會的必要性（蓉蓉，討論會紀錄，19981028）。

在當天的事後教學討論會中，我以觀察孩子細膩的不同拼排圖形方式，與這群教師一起分享，這次的討論內容帶給又又老師莫大的震撼，他驚訝地說道：

我去觀察教授的教學後，接下來，討論中我所報告的內容都是有關教師的，而教授所提出的觀察焦點則是在學生的學習上，我就開始思考這個問題：「在自己教室觀察中，我可以注意到學生的反應，然而此次教室觀察，我卻只注意到教師！」此後，開始會把焦點放在學生身上，才發覺到，教師對孩子的瞭解會影響到教師對孩子的觀察（又又，晤談記錄，19981202）。

又又老師不僅從教室觀察中獲得自我成長外，而且覺醒到教室觀察是協助教師專業成長的第一步。同樣的，玲玲老師以前比較不會去關注學生的學習，去瞭解學生的思考過程，肯定教室觀察對他的成長，他也覺得觀察別人的教學有助於自己反思能力的提昇，反省自己需要加強的部分：

以前我們比較不會去觀察小朋友，瞭解他們的思考過程，在成長團體中學習到如何去觀察小朋友以後，就會比較知道他為什麼會這麼想？為什麼會這麼做？然後瞭解他們在想什麼？他想的不是我們要的，那他為什麼會這樣想？其實小朋友的想法蠻多的，對學生有了這樣的瞭解後，比較能去引導他們。以前學生不懂時，都是我再講一次，不懂就再講一次，就是一而再的講，不會去思考他到底是哪裡不懂？他到底怎麼樣想？（玲玲，晤談記錄，19981123）。

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

在多次的教室觀察之後, 教師的觀察焦點有了轉移, 除了觀察到教師角色的表現, 更關注到學生的反應、學生的解題策略、學生所用的表徵、學生的思考歷程、學生概念模糊處、教學情境、師生互動...等等。觀察教室的數學教學是每個成員針對數學的教與學進行的第一級反思。學習如何進行數學教室觀察是每位新加入的成員在聽完資深成員從觀察中的報告後, 感觸最深, 是每位新加入的成員自己認為最需要學習的地方。

終於知道什麼叫教室觀察, 一開始也是搞不清楚什麼叫做教室觀察, 到底要看什麼, 只記得老師說記得越詳細愈好, 那我就真的記得很詳細, 但我後來發現記得很詳細有些好像老師一問的時候我還是傻掉, 因為那個好像不是我記到的重點, 大概就這樣, 希望越來越有進步(惠惠, 討論會逐字稿, 20011015)。

2、數學教學檢討會提供我和這群教師進行數學教學的第二級反思

數學教學檢討會是進行教學觀察後下一步例行性必做的事。在2001年10月15日菁菁老師進行二年級3和6的乘法教學, 這個教室觀察活動是跨校教師組成的教師專業發展活動, 參與人員來自車站小學、鐵路小學、公路小學的種子教師, 雖然又是一群新成員的組合, 但是由於有車站小學有資深成員的參與, 我們彼此之間已經建立了良好的互動基礎, 因此資深成員很快的帶動鐵路小學及公路小學新加入的成員, 例如, 這次的二年級乘法教學, 兩年前我們也觀察過玲玲老師的教學, 我們曾經深入討論過這個單元的教學問題, 諸如: 倍的語言轉換。例如: 「一隻青蛙四條腿, 3隻青蛙一共幾腿?」3隻青蛙共有有 $4+4+4$ 條腿, 是「4有3個」, 是「4的3倍」, 是「 4×3 」條腿, 這些倍的語言對學生在之間的轉換不會發生太大的困難, 但若說成「有3個4」, 這樣的語言描述, 對二年級上學期初學乘法的學生則很困難。這樣的證據在菁菁老師專業對話討論中展露無遺:

...那今天我上的內容是解決乘法問題, 今天教的是3跟6, 那這個地方還沒有帶入到乘號, 只是開放解題的部分, 最重要是說開放解題後要把它帶到倍的用語, 那這個國編版課程設計的時候, 我們上一個單元教到的是4、8, 解決4、8的乘法問題, 也是開放解題, 那今天進入到的是3、6, 所以小朋友今天的經驗都還不是很多, 4、8接下來是3、6, 接下來是2、5、10, 這個單元的話他要教到3、6、2、5、10的乘法問題, 不過這地方全部是開放解題, 主要進行的是說譬如說3有幾個, 把它變成3的幾倍, 這個地方我有做一點更動, 可能有些老師會覺得我今天用語比較奇怪, 一般的版本都是編幾個幾, 就是5個3是3的5倍, 然後要去進行幾個幾是幾的幾倍的語言轉換, 那因為我以前在教的時候會發現每次都一團亂, 那是因為去年有跟林老師[指作者]討論說, 可以用3有5個, 就是3的5倍, 這樣直接的話, 學生進行轉換就沒有什麼問題, 然後我還記得去年我跟[娟娟]老師他們討論的時候, 他們也是用這種方式, 就是3有5個就是3的5倍, 他們整個學年都是用這種教法, 後來效果很好, 所以我們在上一個單元就是在教4跟8, 也是進行語言轉換的時候, 我就說什麼有幾個, 就是什麼的幾倍, 全部是用

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集(pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

這種教法, 這跟課本編的是比較不一樣的地方... (菁菁, 討論會逐字稿, 20011015)。

在這次教室觀察之後的討論會, 資深成員菁菁老師特別提出曾經在兩年前震撼他們的想法, 他將曾經對教材的質疑、經過修正、到演出一齣讓學生有效率的學習之教學體驗, 在這場討論會再次與新加入的成員一起分享。

(1) 對「為何要先進行4和8的乘法?」問題的反思

這一節課教室觀察後的成長團體討論會, 我們依循以往的模式, 先由教學演示者菁菁老師針對自己的教學提出說明與檢討。首先, 他針對這節的教學提出四個教學重點來作為引燃這場專業對話的火苗, 他提出第一個教學重點的說明如下:

菁菁老師



孩子的舊經驗是學過4和8的乘法, 這個單元是3和6的乘法, 下個單元是進行2、5、10的教學, 並且進行倍的語言學習。

此時, 我暫時中斷菁菁老師的說明, 緊接者我提問在坐的成員們深入去思考這個問題: 「您們是否注意到乘法的教學為何國編本要先進行4和8的乘法? 而其他版本或64年版先安排2、5、10的乘法教學嗎? 什麼是他們編排的重要考慮因素?」, 這個問題觸動了長久教低年級的其他新加入的成員, 因為他們雖然教過好幾輪的二年級, 但是從來沒有去思考過這個問題。新加入的曲曲老師是其中的一位一年級教師, 在當天的數學日誌上他這樣描寫者:

從來不曾注意過先教哪一個乘法, 比較適合學生思考乘法的意義, 透過討論, 也許下一次再教乘法時, 可觀察哪一種編排方式較有利於孩子的學習 (曲曲, 數學日誌, 20011015)。

「國編本為何要先進行4和8的乘法?」這個問題瞬時間儼然成為我們對話的核心問題。菁菁老師針對我的提問而回答: 「在日常生活的情境很容易找出4和8的數學問題, 如: 一隻青蛙4條腿、一輛車有4個輪胎。」而曲曲老師認為: 「若先教2、5、10的乘法, 孩子很容易忽略乘法意義的瞭解, 因為在孩子的生活經驗中, 熟悉的程度已多達到讓他們在學乘法時, 在乎的只是結果的多少。」新加入的惠惠老師說:

我的想法就是說好像應該從少的開始。因為我教一年級是好幾年前的事情, 我想大部分應該是從少的先開始吧, 所以剛剛老師在討論, 我在想為什麼不用3呢? (惠惠, 討論會逐字稿)

林碧珍(2004)：反思中的反思：以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

稿，20011015)。

雖然這群教師分享了每個人的看法與觀點，新加入的成員仍然很期待我的聲音發出，而且期待我能為他們做結論，來結束這個話題。然而，我始終秉持著一個不渝的主張，這個主張就是：「知識是我們專業對話的社會互動下的產物，知識的生產權回歸於我們每位成員身上，而不只是在教授身上」。終究，新加入的成員的期盼落空了，取而代之的，我是以「這是一個可以讓老師分析教材時思考的要點，如何安排才是最適當的？需要從您們的教學中作進一步檢驗。」來做為這個議題的結論。我的結論是：

所以其實這裡就是可以，真的是很值得在我們分析教材或是老師教學時，可能可以去探討的問題，或者是說當你們在使用這個版本，看他在前面的地方有沒有去說明，為什麼要考慮4、8、3、6、2、5、10，他有沒有去說明，那像國編版不是2、5、10，其他版本是用2、5、10，那他們的具體理由是什麼，好，所以我想這個是依據[蒼蒼]老師剛剛所提出來的，那我想這裡就是也讓我們使用教材者可以去反省說，對啊，教材這樣設計，我們有沒有去思考說他為什麼要這樣設計，為什麼要這樣安排，我想這個是我們可以去深思的一個點，那效果如何，其實就是老師在教學中可以去檢驗的(珍珍，討論會逐字稿，20011015)。

雖然這個議題我終究沒有為這群教師做出唯一的或最好的結論，但是我們的討論確實促動了新加入的教師的想法，因為我們的作法與他們過去習慣的教法不同，這樣的事實與證據，活現在會議結束前每位參與成員報告自己當天在討論會上學習心得與感想，美美老師敘述著：

我以前也沒有考慮到說為什麼4跟8要先教，2跟5為什麼要放在後面，這個我從來都沒有，好像教材拿來，要先教就先教，就是按照那個在教，(美美，討論會逐字稿，20011015)。

(2) 對「倍的語言轉換」問題的反思

「倍的語言轉換」是蒼蒼老師在專業對話討論會中提出來與我們共同分享的第二個教學重點。他強調的重點大致摘要如下：

蒼蒼老師



有關倍的語言的教學，並不依照教科書設計的內容進行教學，修正後的教材是：5部輛三輪車共有多少個輪子？

$$\overset{1}{3} + \overset{3}{3} = 6$$

$$6 + \overset{3}{3} = 9 \quad 3 \text{ 有 } 3 \text{ 個} \rightarrow 3 \text{ 的 } 3 \text{ 倍}$$

$$9 + \overset{4}{3} = 12$$

$$12 + \overset{3}{3} = 15$$

針對橫式列式，新加入的美美老師在討論會中提出以前自己的學生將問題「5部

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

輛三輪車共有多少個輪子？」記錄為 $3+3+3+3+3=15$ ，為何在菁菁老師當天的教學中都沒有學生用橫式連加來紀錄問題，他以很訝異的神情說道：

...另外我發現[菁菁] 老師他們這一班怎麼會沒有出現這樣一系列的 $3+3+3+3+3=15$ 這樣的算式記錄，因為以前我在教的時候，我發現我們班上的小朋友滿多這種情況的，我發現我們班小朋友如果寫 $3+3=6$ ， $6+3=9$ 這種的話，都會多寫一盒，前面那個3就沒有數到，這種錯的機率就滿高的，如果是寫一列，就很清楚1、2、3、4、5，這種錯誤的機率比較少，那我不曉得是我教法上的問題，還是怎麼樣，這我就不太清楚(美美，討論會逐字稿，20011015)。

美美老師因為觀察了菁菁老師的教學，才有機會對自己過去的教學進行自我反省，並覺知到自己在這裡的教學與菁菁老師的處理有極大的不同，他也發現自己以前也用類似於菁菁老師的橫式列式，但效果不佳，現在終於知道真正的原因是因為自己過去沒有為孩子去確認5盒在哪裡。美美老師以很謙卑的口氣敘述著：

我發現[菁菁] 老師會問說第一盒在哪裡，第二盒在哪裡，那小朋友不一定要按照前面或是後面數過來，這個我以前在教學的時候我不會去強調，而且小朋友也大概都按照順序這樣子，我覺得他這個滿，就是有點之前像在教序列的時候，好像大人或是小孩子的觀點這邊都是前面，如果沒有指定的話，他就不會從後面數過來，我覺得這個地方我以後在教的時候可能要留意一下(美美，討論會逐字稿，20011015)。

相對於橫式的累加紀錄，是用橫式連加的紀錄方式，鐵路小學的校長也參與了這個討論會，也也校長以他過去使用六十四年版的教材及反應一般家長的觀點，他極力擁護橫式連加的紀錄方式 $3+3+3+3+3=15$ ，記錄簡潔而且很容易看出記了幾個3，是他捍衛的主要理由，他說：

我覺得連加是不是進入乘法比較容易，比較容易把加法進到乘法的一個方式，因為現在家長最反彈的地方就是那個明明很簡單的題目你弄了一大串在那裡，如果數字再大一點的話，真的是要做很多的苦工，那像這樣的連加法孩子應該知道說 $3+3+3+3+3$ 一直加下去就是我們說的五盒，那以後我們如果允許學生這樣做的話，他要進入3乘以5就很快了，好像過去的教材是這樣子(也也，討論會逐字稿，20011015)。

在我經營第四個數學成長團體時，由於資深成員早已習慣我所營造的「我---你的分享關係」的團體成員之間的互動模式，這群教師即使有不認同參與於專業對話的也也校長的看法，不會因為校長與教師在權位的不同而不敢發言，這群教師終究能摒除拋棄自己在信心與知識上所產生的內在不平等的知覺，這樣的事例就在也也校長報告完之後，接連好幾位成員以不同的觀點，以過去幾年在成長團體中建立的專業自信心，採理性說服，來回應也也校長的觀點，說明橫式連加的紀錄方式 $3+3+3+3+3=15$ 不宜在此時機出現的理由，教學者菁菁老師以「不容易幫助孩子檢驗出錯的地方在哪裡」為由，回應也也校長的觀點：

我覺得我們這班讓學生用算式記錄是要把他們作法一步一步記下來，那可是如果你是連加的話，我看不到你每一個過程，那如果說你今天用5個3全部加上去，不過老師應該記得有一

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

個小朋友 $3+3=9$ ，他就是第一個步驟他就算錯了，那如果是用連加的話，他算到後面答案是18，可是如果是這樣的話，如果他用連加法，我可能不知道他中間是哪一個地方出錯了，可是因為他今天是一步一步記下來，全班一目了然，他在第一個步驟就出錯了，他要回去檢驗很容易，我想我這邊是教小朋友紀錄作法，因為他在加的時候是一個一個加，不是一次把5個3全部加起來這樣子，所以我想這邊我會不鼓勵就是好像不希望他用連加的用意是在這裡，我自己的用意是這樣子（菁菁，討論會逐字稿，20011015）。

在數學成長團體最資深的又又老師也不主張橫式連加的紀錄方式，也以不易建立「3的乘法表關係」或「6的乘法表關係」為由，回應也也校長的觀點，他說：

因為我覺得那個分段喔，分段這樣加可以看到說3個6比2個6多一個6，小孩子比較容易看的到下面比上面多一個6，那是單位量，那如果是連加比較看不到那個，譬如說他在加 $6+6=12$ ，然後 $12+6=18$ ，比較容易看到6乘以2跟6乘以3，3個6比2個6多一個6，比較容易去看到這個東西，所以是說那個單位量跟單位數之間的意義外，他可以看到那個整個6的乘法之間的關係（又又，討論會逐字稿，20011015）。

也也校長聽完了菁菁老師與又又老師的解釋之後，再次提出質疑，他的質疑是：

...那在我的想像中，因為現在是多元解題，可是我今天看到的紀錄不多元，就是只有那個樣子出來，那跟我們所強調的多元解題好像跟我的認知不太一樣。現在我們就是說這個鼓勵不鼓勵？（也也，討論會逐字稿，20011015）。

又又老師再次補充說明不主張橫式連加的紀錄方式的理由，他比較八十二年課程與六十四年版的課程對乘法處理方式的不同，六十四年版的課程將乘法視為是連加的簡記式，而八十二年課程將乘法視為是單位量轉換的觀點，他說：

我覺得這兩個好像不一樣，64年版把乘法視為累加的那個速算法，可是在82年版他認為乘法是單位量的轉換，那如果是 $3+3+3=15$ 的話，就是比較看不到單位量的轉換，比較看的到是累加的，就是3+3加了五次，等於3乘以15，變成乘法是加法的速算法（又又，討論會逐字稿，20011015）。

接著，菁菁老師說明為何他的教學只用『3有5個』→『3的5倍』，而不再加入『5個3』的語言，他說：「教材做如此的修正是基於前年數學專業成長團體曾經討論過這個問題，又於去年與我們學校的二年級教師專注於這個問題的討論，並進一步做教學檢驗，所以這次的教學有特別作這樣的考量。」針對倍的語言問題，全全老師以批判性的語氣提出：「今天的教學目標是解決「單位量為3、6、2、5或10，單位數在15以內，總量不超過100」的乘法問題；認識及使用倍的語詞」，可是從今天的教學中這方面只有出現約莫一分鐘，孩子很快的就帶出這個觀念，這是為什麼呢？」，由於有全全老師針對這個問題的提出，才讓我自己覺知到我也遺漏了這個教學重點。在當天的反省性數學日誌上，我是這樣寫著的：

我覺得全全老師這個問題很好，我忘了在這個地方多著墨，似乎[菁菁]老師今天的教學

林碧珍 (2004)：反思中的反思：以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

在這點忽略了，應當在佈每個問題時，學生解完題之後，都要掌握這個教學目標（珍珍，數學日誌，20011015）。

(3) 對「確認橫式紀錄中的單位數記在哪裡？」問題的反思

菁菁老師



今天小朋友的解法都是逐次往上累加，而且每個教學重點去確認算式中單位數在哪裡？

當天在討論會中多位新加入的老師都提到：「確認單位數的個數」是菁菁老師當天的教學特點，例如：當學生記錄『一盒有3顆巧克力，5盒有幾顆巧克力？』

為 $3+3=6$ 菁菁老師都會再更進一步追問：「在算式中哪裡記了5盒巧克力？」
 $6+3=9$
 $9+3=12$
 $12+3=15$

美美老師在討論會結束前的學習心得口述報告，說著：

我發現[菁菁]老師會問說第一盒在哪裡，第二盒在哪裡，那小朋友不一定要按照前面或是後面數過來，這個我以前在教學的時候我不會去強調...我覺得這個地方我以後在教的時候可能要留意一下（美美，討論會逐字稿，20011015）。

曲曲老師也在討論會結束前說著當天觀察菁菁老師最大的收穫是要去確認橫式的單位數個數，他說：

那我今天看[菁菁]老師在上乘法單元的時候，我覺得，對啊，我之前在教的時候，好像單位量跟單位數那兩個東西沒有非常的強調它，好像今天[菁菁]老師在上的時候，他就會一直問小朋友現在有幾盒啦，等一下有幾顆啊，我覺得這個我好像不曾去注意到，所以有點心虛的這樣子，那校長跟我講說，下次明年我再教二年級的時候，可能比方說剛剛我們在討論 $3+3+3+3$ 那幾個東西，是不是都會出現，還是像[菁菁]老師的今天根本沒有看到小孩子有這樣的情況，我覺得這個應該是一個紀錄方式，我不覺得是像校長說的那種多元啦（曲曲，討論會逐字稿，20011015）。

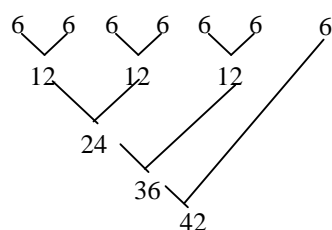
(4) 對「圖畫表徵乘法的解題策略是多此一舉嗎？」問題的反思

這一節課的教學者菁菁老師，很清楚知道班上的學生對於解三輪車和螞蟻問題學生的解題策略，由於這兩個题目的單位數不大，所以學生還可以用逐次累加的方法來解題，他在檢討會一開始時就提到這個點：

菁菁老師



三輪車和 6 隻腳螞蟻的兩個佈題，小朋友都是用往上累加的方法，因為今天學生需要處理的數字不是很大，所以解題的方法比較單純，只有一個小朋友用樹枝狀來呈現。



$$\begin{aligned} 6+6 &= 12 \\ 6+6 &= 12 \\ 6+6 &= 12 \\ 12+12 &= 24 \\ 24+12 &= 36 \\ 36+12 &= 42 \end{aligned}$$

...那另外就是說在第一題，小朋友幾乎都是一個一個累加上去的，然後第二題螞蟻幾隻腳，我看全班也都是是一隻一隻一直累加，在這個地方他們都還是這樣，因為我們那個單位數還沒有到很大，所以小朋友還不會覺得很麻煩，他們一個一個加，就是慢慢如果說單位數到很大，我們這地方單位數可以到 15，小朋友也許慢慢會發現很麻煩，他會用其他的方式，那今天我沒有把最後一題，因為今天來不及沒有把它討論到，這個是幾乎用一個一個累加上去的，我看有三分之二以上都是用這種方式，那我們小朋友會先畫圖，那有的是畫圈圈，有的是寫數字，再把算式弄出來，那我大概只有看到有一個是這樣子，他圖是這樣子畫，不過他是用，各位老師你們看的懂嗎，他 $6+6=12$ ， $6+6=12$ ， $6+6=12$ ， $12+12=24$ ，這個小朋友因為他會這樣子做，之前我們班討論的時候是用樹狀圖，譬如說他會寫 1、2、3、4、5、6，6 有 7 個，他們會這樣子，然後這邊是 24，36，之前我們小朋友是用這種方式，他是用樹狀圖把它做出來之後，再把算式記錄下去，我想很多小朋友會這樣子，不過這種情況會出現在單位數很多的時候，小朋友他才會覺得說很麻煩，才會去有那個需求說把兩個兩個先加起來，不過這在我們班目前在乘法問題還只是進入到 3 而已，所以他們的經驗還不是很多，都還是停留在一個一個加，那今天我的教學目標其實幾乎都有達到，只是好像解題類型... (菁菁，討論會逐字稿，20011015)。

依據這一節乘法教學課，我們的對話從下午一點半進行到下午四點半，這次雖然是一個新組成的團體，但是這次的討論會給我的感覺很棒，在當天反省的數學日誌上，我再次的對我們所討論的內容作一次的反芻，其中一個是關於表徵的議題。在教室觀察中，當菁菁老師要求學生解如下的問題：「7 隻螞蟻，共有幾隻腳？請您把做法記在白板上；若是需要透過畫圖來幫忙的，也把圖畫上去。」，在進行教室觀察時，我坐在一組旁邊凝視著一個小女生解題，她是先寫算式再畫圖，而非藉由畫圖表徵來幫助解題，畫圖只是為滿足教師的需求而已，因此在觀察學生的解題中，我所留下的初步想法是：「圖畫表徵在這個單元似乎是多此一舉。全全老師也和我所觀察的一樣，學生是先寫出算式及答案，再去補圖形，而不是透過圖中的小圈圈○點數，來決定答案。我正準備要將此問題提出時，全全老師搶先發言時機，正好也反映出我的疑惑，他質疑著：

我剛剛在看的時候，我在看他到底是先畫圖還是先記錄，因為[菁菁]老師要求他說你要畫出圖來再記錄格式，我發現我看的小朋友都是先寫紀錄，最後在補那個圖。是不是說小孩子他對這種東西他已經有觀念了，不用再用具體的圖，因為那個記錄裡面，老師又要求他要把那個幾隻要圈出來，那在那個地方跟畫圖兩個是重複的，小孩子可能這個我已經有出來了，老

林碧珍(2004)：反思中的反思：以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

師還要求我畫圖，所以我必須最後再把圖畫出來，我看的時候是看這個地方（全全，討論會逐字稿，20011015）。

在教學討論會中，我企圖深入探究這個問題並將全全老師的質疑提到討論會上與這群教師共同思考，一方面期望從這個討論議題，能讓教師瞭解到教學不需要為畫圖而來作畫圖的工作，在適當的時機需要為孩子提昇他們的解題策略，另一方面是想藉由其他參與教師的觀察，全班大約有多少學生是先完成橫式列式再補圈圈，我是這樣提問的：

我想瞭解一下，就是你們今天所觀察的同學當中，剛剛[全全]老師提到的就是說孩子很多是算式先寫再補那個圖，你們有沒有看到孩子是有需要圖畫出來，然後透過那個圖去算出答案的？...那在這裡就是你們有沒有去注意到畫圖跟對應的算式，或者他怎樣去算出他等號右邊的值，你們有沒有人去注意到這個問題？（珍珍，討論會逐字稿，20011015）。

教學者菁菁老師很清楚知道學生在乘法學習的發展，他為我們區辨圖形表徵的兩個目的：一則為當作解題紀錄，另一則為當作解題工具。本節課的圖畫表徵是當作解題紀錄，由學生自行決定其需要性，而非透過圖形點算出答案。他解釋著：

我說他畫圖並不是說他要去點數答案，而是說他要畫圖畫出來才知道他的算式記錄可能要 $3+3$ ，[教授]你瞭解意思嗎？他畫圖並不是說他畫圈圈去點數1、2、3、4、5、6，不是，他是畫那個圖出來之後，才知道說3個加3個這樣子，幫他做算式記錄（菁菁，討論會逐字稿，20011015）。

英英老師將他所觀察到的現象與我們分享：

我想我可以歸納兩個，我一個小朋友是一樣的，一個小朋友是不一樣的。一個小朋友都是畫一個大圈圈，裡頭有小圈圈，另外一個小朋友呢，他就會寫第一、第二、第三，第一他就三個圈圈這樣，就沒有大圈圈，然後第二次題目的話，他就有畫大圈圈（英英，討論會逐字稿，20011015）。

這個問題在此討論了好一會兒，頓時之間新加入成長團體的惠惠老師將他觀察到的學生解題做補充：「這是白版，他先畫1、2、3、4、5、6、7，再開始畫裡面6個。」，隨後資深的成員和我都不會忘記要為這個成長團體注入情感性的活水，英英老師很肯定惠惠老師的教室觀察很細膩，他說：

因為我覺得他[惠惠]老師觀察好仔細，因為我今天看我沒有看小朋友是先畫7個大東西，還是他先把一個畫6隻出來，然後畫7隻這樣子（英英，討論會逐字稿，20011015）。

我也口頭讚美英英老師追問惠惠老師的問題是一個好問題：「學生是先畫出大格還是先畫出大格內的東西？」，這是我不斷的告訴自己在討論會上不要吝於開口讚美參與成長團體的每位成員，我說：

[英英]老師你剛剛提出很好的問題，你為什麼會問他這個問題？你認為說畫7格跟先畫小圈

林碧珍 (2004)：反思中的反思：以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

圈，你認為這兩個為什麼會有不一樣？我想這個是很好的問題，你為什麼想要去確認這個問題？（珍珍，討論會逐字稿，20011015）。

討論的問題在我們成員之間，有如球一般拋來拋去，最後，以英英老師的說明，結束了我們這個問題的討論，因為有這一場理性爭辯的討論會，幫助了我顛覆原先從教師觀察獲得初步的想法。

感覺這個應該是很重要的吧！就是說一般我的想法小孩子好像不是像他這種，就是他可能是先把一隻螞蟻的6隻腳畫完，可是這個孩子他是先把6隻螞蟻都畫出來，就是先把單位數畫出來，再去畫單位量（英英，討論會逐字稿，20011015）。

原先我們要解決的問題是圖形表徵的需求性，透過這一場專業對話，不僅幫我們釐清了原來的問題，透過彼此的專業對話，而擴充了我們對圖形表徵的思維，幫助我們學習到圖形可以有兩種功能：作為解題紀錄及解題工具。成長團體成員透過教室觀察蒐集到更多學生的不同解題類型，看到學生有兩種不同的圖形表徵過程如下：

(1) 先畫出代表7隻螞蟻的空格（先畫出單位數）

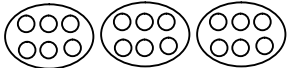
1	5
2	6
3	7
4	

或 ○○○○○○○

(2) 先畫出代表一隻螞蟻的6隻腳的一個 ，如此依續下去 、 、 、

若先畫出○○○○○○○○代表7隻螞蟻或算式

$6+6 =$
$+6 =$
$+6 =$
$+6 =$
$+6 =$
$+6 =$

若先畫出 、代表每隻螞蟻有6隻腳，

或對應的算式 $6+6 = 12$
 $12+6 = 18$

從圖形表徵功能的角度及從兩種不同的畫圖方式代表著先畫出單位量還是先畫出單位數的兩個觀點，當浮現在討論會中，我很自然地就拋棄了原先的想法，不再矜持「畫圖是多此一舉了」的想法了。

3、撰寫個人的數學日誌是我和這群教師進行數學教學第三級反思

我和這群教師的乘法教學討論，並不因觀察教學及教學討論結束後而落幕，由於觀察教學是製造我們討論數學教學問題的情境，而教學討論會是製造我們彼此間產生認知衝突的時機。在討論會結束後，我鼓勵每一位參與成員做進一步的

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

反思, 針對當天討論會上的討論議題再做更深入地反芻。撰寫數學日誌是我過去幾年來從事教師專業發展的心得, 因此我將撰寫數學日誌視為是促進教師的專業反思的催化劑, 也視為是一種過程, 然而撰寫數學日誌不是這群教師原有的經驗, 不是他們熟悉的工作, 他們必然會遭遇到相當的困難與阻礙。我不喜歡他們只是為寫數學日誌而寫它, 更不願意他們撰寫數學日誌只是因為要對我交差了事。但無可諱言的, 每位教師撰寫數學日誌的初期都會覺得是一種繁重的負擔, 因為它是費時費力的, 它又是教師過去所沒有的經驗, 因為教師在尚未撰寫數學日誌之前, 無法去體驗撰寫數學日誌的優點, 可能會產生對數學日誌的接受度不高; 教師從撰寫過程中才能逐漸地體會到撰寫數學日誌是一種很紮實的為自己所走過的路所留下的痕跡。鼓勵教師撰寫數學日誌是在於提供機會讓他們進行深層的檢視及釐清, 以挑戰教師視為「理所當然」的教學事件。

對我而言, 閱讀及眉批數學成長團體每位成員的數學日誌是一種享受, 教師的數學日誌若沒有得到任何的回饋, 必定無法維持長久, 所以, 眉批是必要的。另一方面, 眉批是針對教師在日誌中提出的質疑或問題作即時的回應, 以讓他們感受到我很重視他們的作品, 促使他們能更願意用心撰寫; 因為我對教師的回饋就如同他們對學生的回饋, 會大大地影響數學日誌反思的品質。次日, 我必將教師的數學日誌一一地置入個人的檔案資料內。我如何進行眉批? 作了哪些眉批? 這些問題不是本文的焦點, 詳細請見於林碧珍(2001)。

我, 研究者, 是這群教師的學習伙伴之一, 我很需要也很喜歡和現場教學的教師一起學習如何協助他們教數學, 我也和這群教師一樣撰寫當天的數學日誌, 以反芻當天的對話內容。本節將描述我與這群教師如何在數學日誌上進行乘法教學的第三級反思, 以下之反思情境脈絡回歸於前面所述之第二節, 以延續教師的第二級反思, 如何針對乘法教學繼續進行第三級反思。

雖然教學者菁菁老師提出有關不同版本教材對先教單位量(被乘數)4、8、3、6或先教2、5、10的處理方式不同, 對教二年級好幾回的曲曲老師而言, 以前從未曾思考過這個問題, 她在當天的數學日誌是這樣寫著:

從來不曾注意過先教哪一個乘法, 比較適合學生思考乘法的意義, 透過討論, 也許下一次再教乘法時, 可觀察哪一種編排方式較有利於孩子的學習。(曲曲, 數學日誌, 20011005)

這個問題除了可以幫助教師去反思教材的處理不一定只有唯一的方式, 而且我也看到教師以不同的反思層次來反芻有關單位量(被乘數)數字安排的順序,

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

曲曲老師以浮現在討論會上的各種觀點再次地描述在他自己的數學日誌上, 他的敘寫格式有如大綱的方式羅列, 他在數學日誌上這樣寫著:

- ※討論一 先教 4.8.3.6 的乘法或先教 2.5.10 的乘法較好
- * 日常布題以先教 4.8 的乘法較容易, 也較生活化。
- * 2.5.10 的乘法很容易背起來, 學生卻不易了解乘法的意義。
- * 可查清楚各版本編排的方式, 是否有說明原因。(曲曲, 數學日誌, 20011005)

全全老師也針對被乘數數字安排的呈現順序的討論問題, 以闡述理由的方式在數學日誌上補充他自己的看法:

在個人的腦海中有一個的想法: 會不會是 2、5、10 當單位量, 而單位數數字還小。在這種情形可說是日常生活中常出現的一種數列情形, 如偶數數列、分針在鐘面上的數列……。如果是由這兒出發, 不容易突出單位數及單位量的教材, 更不容易引出倍的語言及乘法概念中單位量轉換的觀點。至於 4、8 先, 還是 3、6 先出來可能是無所謂吧! (全全, 數學日誌, 20011005)

曲曲老師在討論會後也延續了針對倍的語言的轉換做進一步思考, 他先描述教學者的說法: 「菁菁老師於去年的數學成長團體的討論會中獲得, 對於二年級初學乘法時, 以 3 有 5 個容易轉化為 3 的 5 倍」。接著, 他也針對自己過去教三年級的乘法以自我反省的口氣進行反思, 他在數學日誌上是這樣寫著的:

以前教三年級的乘法, 對於有 5 個 3 是 3 的 5 倍在轉換語言時, 對於孩子來說有很大的困難, 所以在後面解說時, 也是對孩子說: 3 有 5 個是 3 的 5 倍。雖然可以幫助孩子轉換得更順利一些, 但還是比不上 [菁菁] 老師班上的狀況。也許就如 [菁菁] 老師說的, 從一開始乘法教學, 就使用 3 有 5 個的用語方式, 可以解決孩子語言轉換的困難。(曲曲, 數學日誌, 20011005)

全全老師也針對倍的語言的轉換, 在數學日誌上反映出他佩服教學者對教學重點的掌握, 他的數學日誌這樣寫著:

“ ” 第二點反省: 這活動另一個重點是要引導學生認識及使用倍的語詞。傳統的說法, 例如由「5 個 3」至「3 的 5 倍」再「 3×5 」這種語言轉換的處理一直是件麻煩事, 學生好像不容易轉換過來, 但是今天的教學中, 似乎在短短的幾秒間, 學生就學會了轉換, 真是讓我意外。以前居然沒有想到, 把「5 個 3」, 換成另外一種說法「3 有 5 個」, 然後就順理成章的引出「3 的 5 倍」再「 3×5 」。而且在姿靜老師的教學中一直要學生說出 3 有幾個, 不管是說、讀、聽、寫、做各個活動中都有要學生注意單位數及單位量的問題, 真是高招, 問話技巧也是一流, 真讓我佩服 (全全, 數學日誌, 20011005)

針對倍的語言轉換, 正在撰寫數學日誌的當時, 我才想到全全老師在討論會中提出了一個教學重要的問題, 但是在討論會中我淡化了這個問題的重要性。

我覺得全全 老師這個問題很好, 我忘了在這個地方多著墨, 似乎 [菁菁] 老師今天的教學在這點忽略了, 應當在佈每個問題時, 學生解完題之後, 都要掌握這個教學目標 (珍珍, 數學日誌, 20011005)。

這群教師和我在觀察二年級乘法的教學時, 即進行了第一級反思, 接著在數學成長團體大家共同進行第二級反思, 然後每個人在自己的數學日誌上進行第三

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

級反思, 由於每個人的經驗背景不同, 在數學日誌上進行不同程度的反思, 曲曲老師大都是進行最基本的反思—描述性反思, 當遇到與他自己熟悉的教材才能與過去的教學作對照比較, 進行第三層次的反思—反思性反思, 全全老師則提出自己的觀點進行第二層次反思—闡釋性反思。

然而, 因為我是研究者, 我所關注的層面與這群教師所關注的焦點不同, 在我的數學日誌上, 我反思所切入的角度與教師不同, 我會專注於每位成員如何反應每一個問題, 我會記載一個議題教師逐一反映出的觀點是什麼; 我也會特別去記載什麼是教師教學中容易忽視的盲點, 諸如:

「美美及其他在坐的幾位老師教過了乘法, 可是從來不去思考為何教材是這樣設計」

「今天很多種子教師的自白中都提到了, 確認單位數的個數是[菁菁] 老師今天的教學特點」

在我的數學日誌中, 我也會整理出每一位成員針對一個問題所提出的不同觀點。

「問題: 菁菁老師這節課的學生沒有出現連加算式是因為被禁止使用? 還是其他因素?」

菁菁老師: 不鼓勵使用連加法的原因:

理由1: 因為讓別人知道自己如何求算出答案, 用 $3+3+3+3+3=15$, 無法讓別人看到自己如何算出15。

理由2: 當答案算錯時, 無法讓其他人很快的抓住哪裡出了差錯! 例如: 今天有一位小朋友明崎寫著 , 其他小朋友很快就幫助明琦看到出錯的地方。

又又老師: 64年版的乘法是連加法的速算法, 而82年版的乘法是從單位量轉換的觀點。

全全老師: 不用連加算式而用單位量轉換的觀點: 主要是因為避免孩子認為乘法是越乘越大的迷思概念, 所以改為單位量轉換的觀點。

又又老師: 為何菁菁老師的佈題是用一盒有3顆巧克力, 2盒有?顆巧克力, 那老師再給他3盒巧克力, 老師現在有?盒巧克力, 是?顆巧克力。為何不直接佈題『一盒有3顆巧克力, 5盒有?顆巧克力』這兩個佈題方式對孩子乘法意義的建立即有相當不同的效果。前者的佈題可以幫助孩子看到 $3 \times 2 = 6$ 和 $3 \times 5 = 15$ 的關係, 而後者, 孩子只單純的求算出結果。所以我從這裡的分析, 我又可以提出為何不用連加的算式的理由。

珍珍老師: 連加的算式著重在結果是多少, 因此可能凸顯背九九乘法的重要性, 而分段的算式記錄在教學的過程中, 無形中是在建立

$3+3=6$	3有4個和3有5個之
$6+3=9$	
$9+3=12$	
$12+3=15$	

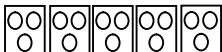
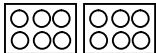
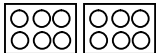
間的關係 (珍珍, 數學日誌, 20011005)。

在整理好自己的思緒後, 寫完當天的數學日誌, 又繁衍出更能說服自己的理由,

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

來說明為何支持菁菁老師在這個乘法單元需要學生以橫式記錄來乘法問題, 我的數學日誌下了這個結論: 「用分段的橫式記錄更可能幫助孩子從序列性合成提昇到累進性合成運思, 而橫式連加紀錄比較不可能達到這樣的功能。」

有關圖形表徵的必要性, 也再次地在我的數學日誌上進行反芻, 從與這群教師的對話中, 我才發現原來這個單元的圖形表徵的另一功能是能與題目中的算式中的單位量與單位數做連結, 也就是我們可以從孩子的畫圖來確認孩子在乎的是單位量還是單位數。透過當天的討論會, 我在數學日誌上這樣的寫著:

畫圖是用來幫助點算出結果的, 在今天的觀察沒有人發現到, 只有全全老師觀察到一位學生是用來作點數驗算答案用的。以我觀察小女生, 從三輪車到螞蟻的問題, 他畫的圖都是先畫單位量, 五輛三輪車的畫法, 如  再寫出算式 $3+3=6$, $6+3=9$, 再解螞蟻的問題時, 他原先的畫法是  $9+3=12$, $12+3=15$ 後來就擦掉改為  $6+6=12$, $12+6=18$, $18+6=24$, $24+6=30$, $30+6=36$, $36+6=42$ (求算答案是借用扳手指頭, 而非他所畫的圖) 因為這樣才讓我在觀察時, 覺得畫圖既然不是用來幫助孩子求算答案, 那畫圖就是多此一舉。

綜合言之, 我在觀察時與討論會中, 在這不同的時間中讓我對乘法教學的畫圖的需要性, 想法上有不同的轉變。在觀察時, 我將原先的畫圖只單純定位在數出答案的功能上。透過討論, 幫助我看到畫圖的過程在乘法是可以去幫助孩子去掌握單位量與單位數, 因此, 這時先畫出格(單位量)還是先畫出單位量(每格中的小○), 就代表著很重要的意義。在第一節下課時, 覺得第一節課的討論很棒, 因為我從菁菁老師在檢討會上提出的說明, 點出教學的要點, 並且過教師們所觀察到的證據來做為溝通教學的重點! (珍珍, 數學日誌, 20011005)。

參、效化行動研究

你, 是行動研究的伙伴, 是本文的讀者, 閱讀本文到此為止, 是否曾質疑為何作者將本文描述的焦點放在我和這群教師共同建立的經驗上? 因為, 我所要傳達的是我與這群教師如何效化我們的行動研究, 要讓讀者知道我和這群教師進行的研究也是在進行一項科學研究, 我們也時時留意需與實證科學研究一樣考量研究的效度, 但我們的行動研究與實證研究不一樣的是兩者分別屬於不同的派典(paradigm), 因而, 我們的行動研究在效度考量與其判準必然與實證研究有所不同, 本文是從兩個觀點來效化我和這群教師的行動研究: 一為從參與者本身; 另

林碧珍(2004): 反思中的反思: 以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

一為從研究整體的觀點。

從參與者本身而言, 依據 Reason (1998) 的主張認為好的行動研究在於全心全意的投入與密集的自我批判。我和這群教師透過數學教室觀察, 教室觀察後的專業對話, 及討論會後撰寫當天的數學日誌, 這些研究活動歷程都是在製造我和這群教師進行數學教學的自我批判及自我反思的機會。

從研究整體而言, 依據 Heron (1988) 的主張認為行動研究的效度乃是建立所有參與者共同建立的經驗品質上。我嘗試和這群教師之間建立一種「你…我的分享關係」的研究關係, 目標是在維持所有參與教師初期在觀點上的歧異, 透過平等關係的對話, 尋求觀點統合的可能性, 以維繫真正的協同關係。這樣的效化過程, 作者有意在本文第貳節乘法教學的教師專業對話中透露出不同身份背景的參與者, 又特別展現出每位成員對一個議題綻放出各種歧異的觀點, 最後尋求出我們統合的觀點。在此, 我們統合的觀點並非意涵著唯一的答案或唯一的解決方案, 統合對我和這群教師而言, 終究是開啟了我們多元的思考、提供了我們解決問題的多種可能策略和方法。

乘法教學是本文用來說明我和這群教師如何進行反思的情境脈絡, 「反思的反思」在本文涉及多種內涵, 從反思的主體依對象分為我(研究者)和這群教師, 可以區分為:(1) 研究者對研究者所進行的反思進行反思;(2) 研究者對這群教師所進行的反思進行反思;(3) 教師對教師自己進行的反思進行反思;(4) 教師對一群教師進行的反思進行反思。

以上述(1) 研究者對研究者所進行的反思進行反思與(2) 教師對教師自己進行的反思進行反思, 是屬於自我反思的自我反思。在乘法教學中每位參與教師從觀察數學教學現場或從數學教學討論會針對自己的教學或學習經驗進行反思; 然後, 再次針對專業對話內容進行個人的反思, 數學日誌的內容都是透過個人反思後的反思所留下的產物。但由於這群教師參與數學成長團體的年資不同, 每個人反思的深度因而不同, 參加團體較資深的教師能針對乘法的教與學進行批判性反思; 相反的, 新加入的教師雖然也進行了個人的反思, 但其反思則較傾向於複製別人的說法或想法, 將別人的觀點重新描述於自己的數學日誌, 數學日誌缺乏用闡釋比較各種觀點之不同的語氣來撰寫。所以, 這群教師所進行的反思在層次上有描述性、闡釋性、反省性、及批判性之分。為了所有參與者能提升反思的層次, 提高反思的品質, 我們使用了不同的教師專業發展策略, 從教室觀察進

林碧珍 (2004)：反思中的反思：以數學教學專業對話為例。論文收錄於海峽兩岸教育行動研究研討會論文集 (pp. 63-79)。論文發表於5月14~15日。北京師範大學教育學院主辦。

行第一級反思、到數學教學專業對話進行第二級反思、乃至撰寫反思性數學日誌的第三級反思。

本文所呈現的「反思中的反思」也涉及到研究者對教師進行的反思進行反思，這樣的時機比較常發生於從數學專業成長團體進行專業對話之後延續到當研究者閱讀及眉批教師們的數學日誌，這就是為什麼我樂於閱讀這群教師的數學日誌的理由之一。

「反思中的反思」也可能涉及到教師對一群教師進行的反思進行反思，教師進行這樣的反思來源諸多來自於參與於進行數學專業對話之其他教師的觀點，這時教師是進行社會性反思，所以這群教師所進行的反思來源可能是自己或是他人，因此有自我性反思和社會性反思之區別，這就是為什麼我主張將反思視為是促進教師專業發展的一種過程。

誌謝

我要感謝國科會科教處對作者所主持的專題研究計畫「發展種子教師與教師之學生認知知識之研究 (NSC92-2521-S134-001-)」在研究經費上的補助。我也要感謝內文中提及之每位教師及行政人員參與本研究計畫的全力支持與配合。

肆、參考文獻

成虹飛 (1995)。以行動研究作為師資培育模式的策略與反省：一群師院生的例子。國科會專題研究計畫成果報告。編號：NSC85-2745-H-134-001 F6。

林碧珍 (2000)：一篇數學日誌—揭開數學成長團體的序幕。國教世紀，第189期，pp. 21-28，國立新竹師範學院。

林碧珍 (2001)：發展國小教師之學生數學認知知識—理論結合實務研究取向的教師專業發展。台北：師大書苑印行。

Heron, J. (1988). Validity in co-operative inquiry. In P. Reason (Ed.). *Human inquiry in action: Development in new paradigm research* (pp.40-59). London: Sage Publications.

Reason, P. (1998). *Human inquiry in action: Development in new paradigm research*. London: Sage Publications.