

我國國小四年級學生在國際教育成就 2003 試測的數學成就表現

林碧珍 蔡文煥
國立新竹師範學院數學教育系

中文摘要

本研究調查國小四年級學生在國際性數學成就評量試測的表現。由國際測驗總部進行抽樣，抽出 25 所小學共 50 班，合計 1601 名學生。試題有 229 題，數學內容包含數（37%）、測量（24%）、幾何（17%）、代數（15%）及資料統計（7%）；認知領域包含解題（38%）、概念性理解（26%）、推理（18%）及過程性理解（18%）。研究發現：台灣學生的數學成就測驗總平均通過率為 52.3%。在數學內容的表現由高至低為數、幾何、資料、代數、測量，平均通過率分別為 55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%。在數方面，我國四年級學生在加、減、乘、除直式問題的平均答對率約各為 90%、85%、90%、83%；除了代數，台灣學生在數、幾何、資料、代數、測量的平均通過率皆高於國際學生的平均表現。在認知過程，我國學生的表現皆優於國際學生的表現，由高至低為概念性理解、過程性理解、解題、及推理，平均通過率分別為 65.1%、61.2%、54.4%及 43.3%。影響學生數學成就的可能因素：學生尚未學習試題的數學內容、評量的內容（操作性的圖卡）、命題不適當、語意不清，題目的情境不合台灣國情文化、解題時忽略真實情境的考量。

關鍵字：國際數學成就評量，四年級，TIMSS

我國國小四年級學生在國際教育成就 2003 試測的數學成就表現¹

台灣國小四年級學生參加的國際性數學成就評量

一、1991 年 IAEP

最近十年來，台灣學生參與的國際性數學成就評量，其中一項是 1990-1991 年由美國教育測驗社（Educational Testing Service）所舉辦的第二次國際數學及科學教育評鑑（International Assessment of Educational Progress, IAEP, Lapointe, et al., 1992）。國中二年級的數學成就評量，全世界有 20 個國家參加，國小四年級的數學成就評量，有 14 個國家參加，我國中學二年級及國小四年級學生都有參加該項成就評量。四年級學生共有 1814 位參加施測，由 IAEP 資料處理中心依據台灣所提供的國民小學學校數、班級數、及各班學生數，進行抽樣。評量試題共分為五部分，前面四個部分是數學內容，第五部分是有關學生的學習態度、家庭背景、和學校的相關經驗，用來說明與學生數學成就表現的相關因素。前面四個部分，共有 62 個試題，每一部份各施測 15 分鐘。IAEP 的試題依數學內容分為數與計算（32 題）、測量（9 題）、幾何（6 題）、資料分析、統計與機率（8 題）、代數和函數（7 題），百分比各為 52%、15%、10%、12%、12%，原先在評量架構表訂定的目標百分比各為 50%、15%、15%、10%、10%。IAEP 依認知過程分為概念性理解（24 題）、程序性理解（25 題）及解題（13 題）三項內容，其百分比各為 40%、41%、19%，原先在評量架構表訂定的目標百分比為 35%、35%、30%。在題型上，選擇題與填充題題數佔的比例為 3：1。

表一：國際與台灣四年級學生在各主題平均通過率之比較

主 題 國 家	數學內容					認知過程		
	數與計算	測量	幾何	統計	代數	概念性理解	程序性瞭解	解題
國際	61.2%	67.2%	63.9%	67.6%	61.8%	63.2%	66.7%	58.5%
台灣	67.1%	69.3%	69.2%	72.8%	64.2%	68.5%	76.1%	55.7%

1991 年 IAEP 的研究發現：台灣國小四年級的總平均通過率為 68%，在十四個國家中居第三位。表一是全世界參與的十四個國家在數學內容及認知過程

¹ 本論文所分析的資料是取自由國科會與教育部共同支助經費，由台灣師範大學理學院院長張秋男教授主持的「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」專題研究計畫所蒐集的一部分資料，本論文所呈現的資料是我國國小四年級學生在 2002 年四月份進行數學科學習成就試測時所蒐集的；本文的兩位作者是本研究計畫十八位共同主持人中負責國小學科數學教育成就測驗的兩位共同主持人。

之整體平均通過率與台灣之平均通過率。除了解題之外，台灣學生在數學內容及認知過程的平均通過率皆高於國際平均通過率；參與這次 IAEP 之全世界十四個國家中，程序性瞭解的表現優於其他國家但是在解題的表現卻低於其他國家，只有台灣學生。可見，在十年前的台灣學生，在計算的能力很強但在解題能力卻很差。

二、1999 年的 TIMSS-R

最近十年來，我國學生參加的另外一項國際性數學成就評量，是國際教育學習成就評量委員會（The International Association for the Evaluation of Education Achievement, IEA）在 1999 舉辦的國際數學與科學教育成就趨勢調查（The Trends in International Mathematics and Science Study, 以下簡稱 TIMSS）研究，TIMSS 是 IEA 的計畫案之一，其目的主要在於瞭解各國學生數學及科學學習成就及其各國文化背景、學習環境、教師因素等影響因子之相關性；同時，對於連續參加的國家可以進行縱向的趨勢比較，以協助參加的國家瞭解其在教育改革或課程改革的成效。

IEA 自 1959 年起開始執行系列性的跨國比較的教育研究；自 1990 年開始推動執行「第三次國際數學與科學教育成就」，有四十餘國參加；於 1999 年，針對國二學生進行第三次國際數學與科學教育成就研究後續調查（TIMSS-R），共有 38 個國家參加，我國國二學童在 TIMSS-R 的成績表現，在科學方面位居所有參加國家之冠，數學排名第三。由於我國國小四年級學生沒有參加 TIMSS-R 的測驗，故本文以下不再對 TIMSS-R 的國際性測驗內容多做贅述。

三、TIMSS 2003

繼 TIMSS-R 之後，IEA 於 2002 年四月進行試測（field test），將於 2003 年正式施測（main survey）國際數學與科學教育成就趨勢調查（以下簡稱 TIMSS 2003）。TIMSS 2003 調查對象包括國小四年級及國中二年級學生，這次的小學部分共有 23 個國家參加，國中有 46 個國家。為了參加 TIMSS 2003 的國際性測驗，我國在國科會的鼓勵下正式加入會員，並且配合著國際測驗中心的研究流程需要，由國科會及教育部共同補助四年期的「國際數學與科學教育成就趨勢調查 2003」研究經費，由國立台灣師範大學理學院院長張秋男教授主持，結合國立台灣師範大學理學院各系、科教所、科教中心，以及師範學院教授共同組成研究團隊，參與本研究計畫共同主持人共有十八位。

我國國小四年級學生參加這次大規模國際性成就測驗，是要瞭解學生的學習成就表現，以提供規劃二十一世紀我國中小學的數學及科學課程之參考；藉此建立一個我國在數學與科學教育執行成果的國際性指標；並瞭解評量學生學

習成就的國際化趨勢與新的評量方法，提供教師評量學生的參考。TIMSS 2003 這次允許參加的國家發展新的試題，提供給國際測驗中心（International Study Center, ISC）建立國際資料庫。第一年和第二年的研究工作詳細資料請參閱第一年及第二年的研究成果報告（張秋男等人，民 90，民 91）。

由於在 2002 年所進行的試測是為 2003 年的正式施測而準備的，其目的是為了讓新加入的國家能預先熟悉抽樣、試題翻譯、施測、及閱卷的工作流程；因為試測抽樣的樣本數不夠多，有些國家沒有做到隨機抽樣，因此，國際測驗中心不允許各國將試測試題內容公佈（部分試題約在今年的九月份之後即可對外公開），也不允許公開各國在國際間的排名（2003 年正式施測的結果才能公開），為了遵守這兩項規定，本論文只能針對台灣國小四年級學生在數學各主題的答題表現及作答情形進行分析，與國際的平均通過率做比較，並探討其可能的原因。由於參加 2002 年 TIMSS 2003 試測的學生都是使用八十二年的數學課程，參加 2003 年五月 TIMSS 2003 正式施測的學生都是使用九年一貫的數學課程，因此，比較兩波不同課程改革下的四年級學生接受相同試題的評量，可以幫助我國瞭解數學課程改革的成效，本研究是試測評量的結果，分析的結果將可作為正式施測的比較。

研究方法

一、TIMSS 2003 試題評量架構與細目

TIMSS 2003 的試題評量架構與細目（TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003, Mullis et al., 2001）是試題編製的主要架構，包含數學內容領域和認知領域兩個向度。數學內容領域包含：數、代數、測量、幾何、資料。認知領域包括：知道數學的事實和過程、使用概念、解例行性問題、和推理；其中知道數學的事實和過程、使用概念分別類似 1991 年 IAEP 的概念性理解和程序性理解。只要 70% 參與國家的數學課程中有涉及的共同數學概念則可能列在數學試題評量架構與細目之內。

此評量架構原先計劃在數、代數、測量、幾何、和資料，所佔份量的目標百分比為 40%，15%，20%，15%，10%，在知道事實和過程、使用概念、解例行性問題、和推理的目標百分比為 20%，20%，40%，20%。然而，實際上，在這次試測的數學內容實際分配百分比分別為 37%，15%，24%，17%，7%，而在認知領域的實際分配百分比分別為 26%，18%，38%，18%。今將 1991 年的 IAEP 和 TIMSS 2003 的試測試題在數學內容和認知過程作對照，整理成表一。

表二：1991 年 IAEP 和 TIMSS 2003 試測試題在各主題百分比之比較

主 題 評 量 規 模 比		數學內容領域					數學認知領域			
		數	測量	幾何	資料 統計	代數	概念性 理解	程序性 理解	解題	推理
1991 IAEP	實際百分比 (題數)	52% (32)	15% (9)	10% (6)	13% (8)	11% (6)	40 % (25)	35% (22)	25% (14)	
	目標百分比	50%	15%	15%	10%	10%	35%	35%	30%	
TIMSS 2003 試測	實際題數 (百分比)	37% (85)	24% (55)	17% (39)	7% (17)	15% (33)	26 % (60)	18% (41)	38% (86)	18% (42)
	目標百分比	40%	15%	20%	15%	10%	20%	20%	40%	20%

由表二的數據顯示出，從 IAEP 到 TIMSS 2003 試測試題在評量國小四年級的數學內容做了如下的改變：幾何及資料統計的份量有逐漸增加的趨勢，資料統計的目標百分比從 10% 增加為 15%；但是，數所佔的份量有逐漸減少的趨勢，目標百分比從 50% 下降為 40%；測量及代數所佔的份量保持一樣，目標百分比分別為 15%、10%。在認知過程的試題所作的改變有：增加了推理的認知過程，及越來越重視學生高層次的解題認知歷程，其目標百分比分別從 0 增加為 20% 及從 30% 增加為 40%；較低層次的認知歷程概念性理解及程序性理解，其目標百分比分別 20 都從 35% 下降為 20%。

1991 年的 IAEP 試題在數學內容所佔的實際百分比由高而低分別為數、測量、資料統計、代數、及幾何；TIMSS 2003 試測試題在數學內容所佔的實際百分比由高而低分別為數、測量、代數、幾何、及資料統計；由此可見，數和測量在國際性評量所佔的比例一直是高居前兩名，代數則越來越受到重視。1991 年 IAEP 試題在認知過程所佔的實際百分比由高而低分別為概念性理解、程序性理解、及解題；但是 TIMSS 2003 試測試題在認知過程所佔的實際百分比由高而低分別為解題、概念性理解、推理、及程序性理解；由此可知，在十年前的評量重視的是學生過程性的理解，如基本的四則計算，但是當今的評量逐漸重視學生的解題及推理等高層次的認知思考。

(一) 數學內容領域

1、數：數包括數數、數字的瞭解、數的表徵、數字之間的關係、和數系系統。除了數概念之外，也需要發展數感、計算的熟練度、運算意義的瞭解、和運算之間的關係、使用數概念和運算解決生活問題、正整數的計算與和、差、積、商的估計、使用四則運算來解決問題。分數和小數，也和正整數一樣，強調其表徵及分數和小數之間的轉換、數感、計算和解題。比例推理的概念包括：

數字的比較和求第四個值未知的比例問題。

2、代數：代數包括：數型、數量關係、使用代數來表示數學的情境、進行等值的表示式、和解線性方程式。許多國家的小學數學課程不列入代數，若有，小學涉及的代數內容為數型（patterns）等式或方程式、和關係。

3、測量：測量是賦予物體一個屬性或一個數值，強調對可測量屬性的瞭解、對測量單位的熟悉、和測量各種屬性的過程。可測量的屬性是可量化一個物體的特徵之一，諸如：線段有長，平面區域有面積，物體有質量。測量包含：方法的使用、和測量屬性的工具（長度、面積、體積、重量/質量、角度、溫度、和時間）以標準單位和非標準單位表示、及不同單位之間的轉換；能使用近似值、估算、和簡單的公式，計算正方形和長方形的面積和周長。

4、幾何：四年級幾何課程涉及的幾何概念包括：座標表示、以空間視覺去移動二維度及三維度形體和他們的表徵、以對稱和變換分析數學情境。描述、描繪、建造各種幾何圖形，這些幾何圖形包括角、邊、三角形、四邊形和其他的多邊形；形狀的合成、分解、及分析複合圖形、解釋或造出一個物體從不同角度的形狀、利用相似和全等的性質解決生活問題；辨識線對稱圖形，畫出圖形的對稱線，物體以中心點經過旋轉、平移、反射後的變換結果。

5、資料：資料包含蒐集資料、組織由自己或由他人蒐集的資料、以圖形或圖表呈現資料。使用長條圖、表、折線圖來呈現資料、不同統計圖之間的特性、描述並比較資料之間的特性。例如：資料呈現的形狀，分佈狀態及集中趨勢，針對資料呈現的狀態做一個結論。

（二）數學認知領域

TIMSS 2003 評量架構與細目（Mullis, et al., 2001）的另一個向度是在於評量學生對數學事實和過程的瞭解。

1、知道事實和過程：事實的瞭解包括：對數學基本語言的瞭解及數學性質的瞭解，這些數學性質是形成數學思考的基礎；過程是指用來將基本知識應用到解決日常生活問題的一個橋樑。知道事實與過程在評量架構的細分內容為：回憶事實、辨識或辨認、計算、和使用工具。

2、使用概念：當概念瞭解之後，才有能力有效的應用概念進行解題、推理、及發展數學的理解。使用概念在評量架構的細目內容分為：知道、分類、表徵、形成問題、和區辨。

3、解題：例行性問題是指教師在教室中出給學生做的題目類型，解例行性問題在評量架構的細目內容分為：選擇、模式化、解釋、應用、驗證或檢驗。

4、推理：數學推理是有系統性的數學邏輯思考，推理的過程包括觀察、臆測、邏輯的演繹、驗證規則。

二、TIMSS 2003 試測試題的分佈

試測試題共有 229 題，題目有一類是選擇題，每題一分，共有 104 題，佔總試題的 1/2；另一類是填充題及說明作法，若只是填答，每題一分，共有 112 題；若需要說明作法的填充題，每題 2 分，共有 13 題。TIMSS 2003 評量形式逐漸重視學生的解題過程及方法，填充題及簡答題約至少佔總試題的 1/2。

試測試題中，有些題目是以題組形式出現，有些題目是提供圖卡或紙尺給學生實際在測驗題本上測量。試測題目中，數、測量、幾何、資料、代數的題數各為 85 題、55 題、39 題、17 題、33 題；知道事實及過程、使用概念、解例行性問題、和推理的題數各為 60 題、41 題、86 題、42 題，如表三。

表三：TIMSS2003 試測題目的雙向細目表

數學 內容 認知	知道事實及 過程	使用概念	解題	推理	題數 (%)
數	23	20	42	10	85 (37%)
測量	13	2	30	10	55 (24%)
幾何	19	9	4	7	39 (17%)
資料	2	5	9	1	17 (7%)
代數	3	5	11	14	33 (15%)
題數 (%)	60 (26%)	41 (18%)	86 (38%)	42 (18%)	229 (100%)

三、資料的蒐集

資料的蒐集過程完全依據 TIMSS 2003 國際測驗中心規定的研究設計、抽樣、步驟、方法、施測、施測人員的訓練、閱卷人員的訓練、及時程實施。小學四年級數學科部分，樣本學校抽出 25 所，50 班，1601 名學生參加測驗，於四月份試測，於五月份完成試測閱卷工作。

並非每一個學生都接受 229 題的測驗，每一個學生只完成七個題本中的一本，學生接受哪一個題本的測驗？是決定於受測班級的學生編號，將學生編號按照題本編號依序分配，假若施測班級的學生人數為 35 人，在這個班級每個題本平均只有 5 個人作答；這次的試測抽樣總人數為 1601 名學生，平均每個題本的每個題目約有 220 名學生作答。

四、資料分析的步驟

（一）將題目依 TIMSS 2003 試題架構作歸類

首先依據 TIMSS 2003 評量架構，將每個題目依數學內容及認知領域兩個向

度進行項目分析，並加以歸類。歸類完全依據國際測驗總部提供的各試題資料，依其內容作客觀性的歸類，分析者不需再作任何主觀性的判斷。然後，再依據每一個數學內容作進一步的細分歸類，細分後的表為附錄一。

（二）逐題分析學生答題的通過率

當各試題依 TIMSS 2003 試題架構做歸類後，再逐題分析學生在每一個題目的答題情形，各題平均通過率是國際測驗中心所提供的數據。分析的焦點主要是台灣學生的答對率是否低於國際平均值，並判斷各個試題所涉及的數學概念是否已列入我國的四年級數學課程。雖然學生使用不同的版本教材，但各版本的教材內容仍須完成課程標準所列各領域的年段目標；因此，八十二年的數學課程標準是我們判斷四年級學生是否學過各試題之主要依據。

逐題分析學生對每一個選項作答的百分比，並嘗試分析為何學生會選某一答案的可能原因。從分析中，我們嘗試要找出各類型學生的表現，當台灣學生平均答對率高或低於國際學生平均答對率，則分別以 或...作記號；該題涉及的數學概念有或無列入在台灣八十二年版四年級數學課程，分別以 或...作記號。由於篇幅所限，僅以附錄一台灣學生在正整數的表現作為說明。

我們初步分析造成學生解題表現不佳的可能原因：除了教材沒教過之外，有些試題是因台灣學生對涉及的情境脈絡感到陌生；例如：題本五第 14 題的棒球情境，題本四的第 4 題是腳踏車出租店。有些因題目本身涉及的情境不合理。例如：題本四的第 5 題，博物館的門票 3 張 50 元，在歐美國家的幣值很大，然而台灣的博物館的票價很少是一張十幾元。有些是因不瞭解題目的專有名詞，例如：題本一第 32 題的倍數問題，題本三第 22 題的平均問題。有些題目是因為題目本身的呈現或說明方式不恰當，例如：題本三第 29 題，游泳一趟的說法不一，及題本三第 27 題，規則 1 和規則 2 的數字大小不適當。有些是因題目語意不清：中文題本為了要保留英文題本的原意，因為為了要遵守國際測驗的翻譯原則，例如：試題的字數限制，導致翻譯上有些題目語意敘述不夠清楚；有些試題是因學生沒有完全理解試題涉及的數學概念，而導致學生數學成就低落。

（三）試題分析的三角校正

逐題的項目分析，首先請三位在職教師的研究生作分析者的三角校正，以避免因分析者的教學經驗或主觀判斷，而影響資料分析的正確性，經過三位分析者交叉比對之後，發現 229 個題目中，共有 54 題難以判斷是否台灣的數學課程已出現該數學概念，其爭議性是因為這些試題在台灣不同版本的教科書處理的深淺度不一，而讓分析者難以判斷；諸如座標的相關概念在高年級數學教材才出現，但是自然科在四年級時已經學過了，為了避免分析者主觀的判斷錯誤，

再找一位四年級教學經驗豐富的在職教師的研究生，針對這 54 個題目再作分析確認，分析結果再與前三位分析者比對，結果發現仍然有 31 題難以判斷，這 31 題有兩位分析者認為教材已教過，但另兩位分析者認為教材沒有教過；最後，再由本文的兩位作者針對這 31 個題目作判斷。為了能正確判斷每個試題涉及的數學概念是否已列入我國的四年級數學課程，一共進行了三次的三角校正。

檢視各題答對率之後，我們發現：國際測驗總部提供的標準答案，依中文試題題本有兩個題目的答案是錯誤的。其中一個是題本三第 37 題，正確答案應為選項 \times 而非選項 ξ 。台灣與國際學生的平均答對該題選項 \times 的百分比分別為 50.2%，39.9%，台灣與國際學生的平均答對選項 ξ 的百分比分別為 4.6%，8.8%；事實上，台灣學生在該題的答對率仍然高於國際學生的答對率。另一個題目出現在題本七第 30 題，中文題本的選項 TM 與 \times 正好與英文題本對調，而英文題本的正確答案是選項 \times ，是中文題本的錯誤答案，我國學生與國際學生在選項 TM 與 \times 的答對率分別為 75.4%，21.1%與 0.4%，48.2%，實際上，我國學生在該題的答對率仍然高於國際平均值。另外，有一個題目在題本五第 40 題的填充題中文題本漏印了填充題上的毫升單位，這也是影響我國學生答對率的一個因素。

研究結果與發現

本節主要描述台灣學生在數學內容的成就表現，分別依據五個數學主題分析，同時探討台灣四年級的數學課程對各主題的處理程度，並配合晤談的結果，嘗試分析學生對某些題目答題低落的原因。

一、學生在數的表現

數的試題共有 85 題，包括正整數與 0、分數、小數、比與比例各有 57、12、7、9 題。由於題數較多，因此以下將分別依據這些子概念進行分析。

（一）學生在正整數的表現

正整數的內容包括：數的表徵、位值、大小比較、數的特性（如：倍數）、計算與估算、及利用正整數概念解日常生活問題或非例行性問題。為了幫助讀者容易閱讀本文，而將這些子概念歸為三類：正整數的概念（9 題）、計算與估算（11 題）、解日常生活問題及非例行性問題（37 題）。有關正整數的概念與計算教材，都已經出現在我國八十二年版的四年級數學課程；但是，倍數的認識是我國學生直到五年級才正式學習。

1、正整數概念

我國四年級學生在正整數的位值概念、大小比較、及數的表徵等概念的學習發展都優於國際間的其他參加試測的國家，平均各題的答對率約為 87% 左右。有關正整數的性質共有三個題目，我國學生的答對率都偏低，與其他概念比較之下，遜色許多，平均答對率都低於 50 % 且低於國際平均的表現。在所有參加試測的國家，不到一半的學生能成功解決「倍數」問題，學生沒有學過「倍數」一詞，學生認為一個數只要含有一個數字 8 就是「8 的倍數」。

我們發現，教材沒學過是答對率偏低的一個重要因素，不瞭解題目意義也是另外可能的原因。求算四位數的棒球票號碼，參加試測的所有國家的學生在這題的通過率都偏低，台灣與國際平均通過率分別為 7.3%、21.0%，我國學生答對率低於國際平均表現，可能是以棒球作為命題的情境比較不利於台灣的國情文化，而有利於歐美國家學生的思考。

2、正整數計算與估算

（1）計算

依據我國數學課程標準有關正整數計算教材綱要內容，四年級已出現了四位數的加減法、三位數乘以二位數的乘法，及除數是二位數的除法教材。從試測試題內容反應出：我國數學課程提供給學生學習基本加減乘除的時機至少比參與此次試測的 70% 的其他國家要來得早。

這次的試測題目用來評量學生正整數的基本計算技能共有十題，其中三題是進位的加法（三位數 + 二、三、四位數）；五題是退位的減法（二、三位數 - 二、三位數）；一題是乘法問題（二位數 \times 一位數 = 三位數）；及一題是除法問題（三位數 \div 一位數 = 二位數）。我國四年級學生在加、減、乘、除直式問題的平均答對率各為 90%、85%、90%、83%；而且，台灣學生在每一個題目的答對率均高於國際平均答對率，尤其是減法問題，我國學生的平均答對率高於 10% 以上。但是加數未知的三位數追加型問題答對率為 61.6%，是我國學生的表現唯一低於國際平均值的一題。由此顯示出，我國八十二數學課程改革下，仍然維持學生在加減乘除基本計算能力的國際水準之上。但是，從數據中給我們的啟示，我國的課程應當多融入各種不同語意結構的加減法類型問題於四年級的教材及教學中。題目涉及減數未知與差數未知的互換關係的減法問題認知層次較高，學生答對的百分比相對的減少，但仍然在國際平均答對率之上。

（2）估算

在這次的試題中只有一個題目是正整數的估算，是從四個乘法的算式選擇與給定的三位數 \times 一位數的值最接近的一個算式，雖然學生在乘法估算的表現（答對率為 71.8）沒有像乘法的計算能力一樣的好，但也高於國際平均值。

3、解日常生活問題及非例行性問題

（1）日常生活問題

在 57 題的正整數試題中，有 37 題是利用正整數的概念與運算來解題，分為日常生活題（21 題）與非例行性題（16 題），非例行性問題比較多是屬於數學動動腦或數字卡遊戲的問題，而且以題組的形式出現。從平均通過率顯示出我國學生對日常生活題的解題表現比遊戲類的表現好；在這 21 個日常生活題中只有三個題目，學生的平均答對率低於國際平均通過率。

結果發現：學生對於題目內容相同但是呈現方式不同，會影響解題表現。在這次的試題中有兩組是屬於正整數的題目，一組題目是二位數 \times 一位數，需要選擇適當的乘法算式和需要求算答案的通過率分別為 72.9% 和 69.0%，另一組題目是三位數 \div 一位數的等分除，需要選擇適當的除法算式和需要求算答案的通過率分別為 83.6% 和 72.6%。我們發現，選擇適當的算式對學生而言，比求算答案容易些。

21 個日常生活試題，平均答對率都高於其他國家，但是其中四個題目的通過率偏低，值得我們探討其原因。對學生而言，被減數未知的三位數比少問題，比起併加型加數未知的三位數問題，顯然困難了許多。另外，學生要能在解「校外教學的搭車問題」和「廚工最少需要為學生訂購多少條土司才夠」的題目，從真實情境考量，才能得分；因為校外教學的搭車問題，不可能以小數來表示需要租車的數量；同樣的，土司購買數量是以整數考量才合理，從學生的答案類型發現：大約有 30% 的學生仍然忽略真實情境的考量，而以小數來呈現他們最後的答案。

（2）非例行性問題

二十三個參加測驗國家的學生，在非例行性問題的表現普遍不理想，16 個題目中，我國學生只有 6 題高於國際平均百分比。這 6 題是利用十以內的三張數字卡拼出和為最接近 20 的加法直式，及給定三張或四張數字卡，去拼出一個使其和、差、積為最大的加法直式、減法直式、乘法直式。屬於翻轉數的題組，我國學生的答對率都低於國際平均答對率。學生在這類型表現不佳的可能原因是：（1）不瞭解翻轉數的意義。（2）學生的經驗不足。由於數學遊戲類型或動動腦問題，不正式列入教科書中，我國學生在這方面的經驗不足；（3）解非例行性的題目都是在每個題本的最後面，一方面時間不足，一方面學生的持續力不足，可能影響解題的表現；（4）這些題目都是以題組型的形式出現，子題與子題的相關性很高，解題的成功率較低。

（二）學生在分數的表現

我國四年級數學課程在分數教材已經出現了連續量的部分-全體及離散量的子集合-集合的分數意義，同分母分數的大小比較及同分母分數的加減；進行 1 及單位分數與其等值分數的比較活動；然而，異分母分數的大小比較、真分數的等值、等值分數的化簡、整數的分數倍等概念均尚未正式列在我國四年級的數學課程；由此可見，我國四年級學生比至少 70% 的其他國家在等值分數的化簡之學習時機稍微慢些。

在 12 個分數試題中，只要是課本教過的分數概念，我國四年級學生的平均表現都高於國際平均值，特別是連續量部分-全體的分數的意義及同分母分數的加減，其答對率均達到 96% 以上。題目若給定一個單位分數，用斜線在一個三角形區域（分割數是分母的 3 倍）塗上該單位分數所表示的區域，我們發現：我國四年級學生只塗一塊斜線區域的百分比為 45.9%，比正確答題的百分比（42.9%）高。

利用分數基本概念解決日常生活中的問題，共有四個題目，其中三個題目是涉及整數的分數倍和整數加減的混合運算，由於這些題目需要用到整數的分數倍，這個概念不出現在我國四年級的數學課程內，所以學生的表現略低於國際平均答對率。我國四年級學生尚未學習異分母分數的大小比較，仍然有 43.7% 的學生答對題目要求學生從四個同分子真分數中找出一個比 $\frac{1}{2}$ 大的分數，但是有更多的學生（47.3%）選出分母最大的真分數之錯誤答案。由此可見，學生尚未學習異分母分數的大小比較之前，當被要求去比較其大小時，有 47.3% 的四年級學生沿用正整數大小比較的方法，而錯誤的類化到分數的大小比較，選擇一個分母最大的分數為答案。

（三）學生在小數的表現

小數的引入是在我國三年級的數學課程，有關小數的教材分配是三年級學習一位小數的認識、概念、及加減；四年級學習二位小數的認識、概念、加減、及與分數的雙向連結。這次的分數試題都已經出現在台灣的四年級數學課程內。

小數認識的題目有四題，其中兩題是分數與小數的連結，兩題是一位小數和二位小數數感的題目。研究發現：我國學生在一位小數的數感、與分數的連結、及二位小數加法的表現，都高於國際平均答對率，特別是在一位小數數感的表現遠優於國際平均的 20 個百分點以上。然而，我國學生用圖形表徵一個一位小數和二位小數的減法的解題表現較差；一位小數的題目是給定一位小數 0.3，用斜線在一個長方形區域塗出 0.3 所代表的區域（長方形分割數是 20）；從學生的答案類型我們發現到：學生在分數與小數的表現有一致性的困難與錯誤，只有

13.7%的四年級學生答對，有 81.1%的學生只塗出 3 小塊的錯誤答案。

另外，我國學生對於二位小數減一位小數表現不佳，雖然答對率偏低（26.4%），但仍然高於國際平均百分比，其可能原因為：二位小數直到四年級下學期後面單元才學，在四月份試測時學生尚未學習該概念，而導致學生二位小數的學習經驗不足，當求算二位小數減一位小數需要退位的算式時，一律使用大數減小數的策略。

（四）學生在比、比值、比例的表现

依據我國數學課程，五年級學生才開始正式學習對等問題、交換問題，六年級才開始學習比、比值、比例的基本認識、比例問題、或比例尺問題。試測題目包含了九個簡單的比例問題，是要評量學生解決簡單整數比問題的能力及比例推理能力。簡單的比例問題是指一對多及二對多的交換問題兩種類型；其中屬於一對多的交換問題都是 $1 : a = b : x$ ，求 x 的題型，我國學生雖然尚未正式學習比例問題，但是在這三個題目的答對率皆在 70% 以上，且都高於國際平均答對率。屬於二對多的交換問題為 $2 : a = b : x$ ，求 x 的題型；學生的平均答對率降為 40% 左右；屬於二對多的交換問題或為 $2 : a = x : b$ ，求 x 的題型，學生的平均答對率降為 22.6%，但仍然高於國際平均答對率。

在這次的試測中，台灣學生在比例問題的表現唯一劣於國際學生的平均答對率的一個題目是多對一的交換問題，題型為 $2 : 1 = \frac{1}{2} : x$ ，涉及到分數的縮小倍數概念，而非如前面一對多的放大倍數的比例問題，導致學生的答對率降為 10.9%。

二、學生在測量的表現

測量試題共有 55 題，僅次數主題。內容包括：測量的屬性和單位（11 題）、測量工具、方法、技能、及測量公式的使用（44 題）。各種量的基本認識約只佔這次測量試題的 1/5，評量的焦點是有關測量工具、方法及測量公式的應用。

（一）學生在測量屬性和單位之表現

有關測量試題的數學內容，除了重量公斤與公克的化聚，幾乎都已經出現在我國的四年級數學課程。測量的屬性和單位包含的子概念為：以非標準單位來描述一個區域大小、選擇適當的單位來描述一個量（含角、容量、身高）、量的保留性（含等積異形）及標準單位間的化聚（含公克與公斤、公尺與公分、分與秒、時與分）。

除了標準單位間的化聚，我國四年級學生在測量的屬性與單位的表現大都優於國際平均通過率，尤其是以一個適當的單位來描述一個量。標準單位間的化聚有四題，一題是公尺與公分的化聚，是四題中答對率最高的一題(69.6%)；一題是公斤與公克的化聚，學生要等到五年級才正式學習；兩題是相鄰兩階的時間化聚，有關分與秒、時與分的初步化聚，在四下後面的單元才出現，可能在四月份施測前學生尚未學習，而造成答對率偏低。

(二) 學生在測量工具、方法、和公式之表現

55 個測量的題目中，有 44 題是測量工具的使用和測量公式的應用，由於涉及的量種類且題數繁多，故分別依據某一個題數較多的量，時間、長度、面積與周長、體積、容量、重量進行分析。

1、時間

時間的時、分、秒化聚，雖然已列入我國的四年級數學課程，但是時分複名數的兩階合成分解的計算，到五年級才學習。與時間相關的試題共有五題，分別是求算兩時刻的時間、起始時刻、終點時刻、及時間的乘法；可見，我國的課程為學生安排時間計算的學習在時機上比其他參與的至少 70% 國家稍微遲緩些。由於四年級學生沒有正式學習時間的連續兩階單位的合成與分解，所以學生在這五個題目的答對率偏低，分別為 36.4%、43.4%、30.0%、55.9%、55.4%，我們發現：學生還沒有正式學習時間的計算，而使用大數減小數的錯誤策略，如：有 44.6% 的學生算出 8：40 分到 11：15 分所經過的時間是 3 時 25 分。

2、長度

長度的教材主要是出現在我國中、低年級課程，長度相關的概念都是我國四年級學生學過的，但是學生在這次的表現並不如預期的理想。從四個題目的答對率分別為 34.9%、44.3%、28.6%、41.6%，我們發現：學生的通過率不到五成，其中一題是未歸 0 的一條兩端彎曲的線在尺上讀出此線的長度，只有 34.9% 答對，以尺作為報讀工具時，仍然有五成以上的學生沒有考慮歸 0 或將此線拉直。

3、面積與周長

依據我國八十二年版數學課程標準的內容，在方格紙上解決基本圖形(含三角形、平行四邊形、梯形)的面積問題及長方形與正方形面積公式的應用，都列在四年級的教材綱要，但是平行四邊形、三角形、梯形等圖形的面積求法及公式的應用，則列在五年級的教材綱要。依據試題內容分析發現，我國的面積教材的學習時機與其他國家差不多。

面積與周長的題目共有八題，我國學生在其中的四個題目之答對率低於國

際平均答對率，這四個題目中有三個題目是與周長相關，一題是給定一個複合圖的某些長度求算其周長，高達 50.3% 的學生將給定的已知長度錯誤的相加算出答案，有兩個題目分別是辨識周長和在方格紙上畫出指定周長的圖形，有 56.2% 的四年級學生將周長誤以為面積或誤以為周長 = 面積 ÷ 4。由此可見，我國四年級約有五成的學生還沒有釐清周長和面積兩個概念。

4、重量

重量已列在我國八十二年版數學課程標準四年級教材綱要有：重量的個別單位比較與實測、以公斤為刻度單位的工具、以公斤公克為單位進行實測及估測活動。與重量相關的四個題目涉及的概念都已經出現我國的四年級數學課程；我國學生的答對率也都高於國際平均答對率。

5、在地圖上的長度問題

這次的國際性數學成就測驗在長度或面積部分，很重視學生的實際操作活動，而非只是評量學生對公式的使用，長度的 42 個試題中，有 13 題是屬於這類型的問題；在地圖上標出城市的位置或解決地圖上的長度問題題組，就是一個例子。有一大題是利用所提供的尺在地圖上標出城市位置並利用比例尺概念來解決長度問題，題目以題組形式呈現，共包含五大題組，屬於長度的估測及實測活動，除了一個題目由於難以瞭解題目語意之外，學生的平均通過率都在六成五以上；但是當要利用比例尺換算為實際距離時，學生的通過率則下降了許多，因為學生還沒有學習比例尺概念。

三、學生在幾何的表現

幾何試題有 39 題，所佔的份量僅次於數及測量兩個主題，內容包括：線和角（6 題）、2-和 3-維形體（14 題）、全等與相似（3 題）、位置和空間關係（9 題）、對稱和變換（7 題）。

（一）學生在線和角的表現

我國四年級教材綱要內容都已經含蓋了與直線和角相關的內容（含：認識直角或辨識比 90° 大或 90° 小的角、認識兩條直線互相平行或垂直）；學生在垂直線與平行線認識及角的大小比較的通過率均高於國際平均值。其中兩個題目分別在方格紙上畫出一條與非水平及非垂直的已知線的水平線及垂直線，其答對率分別為 32.3% 及 64.2%，對四年級學生而言，兩者難易度差異很顯著。

（二）學生在 2-維和 3-維形體的表現

基本圖形的認識只有平面圖形，包含三角形、正方形、長方形、五邊形及六邊形的認識；除了五邊形和六邊形之外，其餘的基本圖形都已經出現在我國的四年級課程。

我國學生在基本圖形認識之表現都高於國際平均值，而且平均通過率約為 85% 左右，但是其中只有一題，在方格紙上畫出邊長為 4 單位的正方形，學生的通過率只有 30.3%，但確有 38.1% 的學生畫出面積為 4 平方單位的正方形；可見，我國學生對周長和面積兩個概念無法區分清楚，這樣的錯誤認知和前面一節測量試題的結果是一致的。

在 14 題的基本圖形試題中有 6 題是題組型，答對率都很低，其可能的因素為：(1) 題目是操作型的活動，這種評量方式是學生；過去比較不熟悉的經驗；(2) 由於是操作型的活動，在程序性的描述不易清楚的表達，造成學生難懂題目的意思；(3) 子題之間的關聯性高，而造成解題成功的機會降低。

(三) 學生在全等與相似的表現

全等多邊形與相似圖形都不列在我國八十二年版的四年級數學課程，但是透過疊合的操作活動，辨識全等三角形列在二年級課程。學生在一個七巧板圖形中找出兩個全等圖形的答對率為 70.3%；相似概念的試題是以「形狀相同但大小不同」的語言來描述，雖然學生沒有學過相似的概念，但是在辨識相似圖形的發展比其他國家的學生平均表現佳。

(四) 學生在位置和空間關係的表現

我國學生在學習位置與空間關係的時機比參與試測的其他國家晚些，例如：座標的認識、非基本形體（三角柱及三角椎）的視圖及展開圖。學生雖未學習展開圖及座標，但是答對率大多高於國際平均答對率。只有在三角椎的視圖的答對率低於國際平均值，因為三角椎的圖形直到六年級才正式介紹。雖然我國未在四年級的數學課程正式介紹座標的認識，但已在自然科課程介紹，卻至少有 60% 學生的學生能成功解決座標問題。

(五) 學生在對稱和變換的表現

剛體變換中的旋轉、反射、平移，只有線對稱在我國的六年級數學課程正式介紹，我國四年級學生在學習幾何變換的時機比其他 70% 國家要來得晚些。學生沒有學過線對稱概念，但是在辨識正多邊形之對稱線及對稱線不在圖形之內者，分別有 51.2%、75.4% 的學生能成功的解題，有 53.7% 的學生誤認為只要把圖形平分的所有線條都是該圖形的對稱線，把對稱線誤當成等分線。同樣的，也至少有 60% 的學生能成功的畫出另一半對稱的非基本圖形。旋轉共有三個試

題，雖然旋轉相關的數學概念沒有出現在我國四年級課程，但是學生的通過率均優於國際平均通過率。有一個題目通過率最低 16.2%，是需要經過連續的三次旋轉，而且需要將每次變換的動態過程記錄下來，才能得分。

四、學生在資料的表現

資料的試題有 17 題，是五大主題的評量試題中份量最少。內容包括：資料的蒐集與組織（1 題）、資料的呈現（8 題）、資料的解釋（8 題）。依據我國八十二年數學課程標準統計圖表的內容，折線圖和長條圖都在四年級的教材綱要內容中，但是圓形圖、直方圖都在高年級的教材綱要內容。

（一）學生在蒐集、組織、及呈現資料的表現

統計圖表的試題內容，涉及的情境都是孩子日常生活的經驗，例如：兄弟姊妹數的人口調查、冰淇淋的各種口味、喜愛的顏色種類等等。學生在資料的蒐集與組織只有出現一題，大部分的題目在評量學生使用統計圖表呈現資料的能力（7 題），試題涉及的統計圖最常見的是長條圖、圓形圖、折線圖。除了在統計圖表的資料蒐集組織及呈現之外，台灣學生在統計的表現幾乎都優於其他國家。我國學生到高年級才學習圓形圖，但是學生在這兩題的通過率分別為 67.2% 及 85.9%。

（二）學生在解釋資料的表現

學生在解讀統計圖表之答對率高於國際平均答對率，但是其答對率普遍下降，例如，一天中從早上七點到中午十二點的溫度變化折線圖，找出溫度變化最大的時候；一星期內每日最高溫與最低溫的折線圖，找出最高溫與最低溫相差最大的一天；若以認知層次而言，後者比前者困難，但是反而學生在後者的答對率較高，可能的原因之一為：前者命題不當，求溫度變化最大，應以兩時刻間的變化作為選項，但試題卻以時刻為選項，以致於有 68.3% 的學生錯誤的選出溫度最高的時刻，作為溫度變化最大的一個。

五、學生在代數的表現

代數試題共有 33 題，其內容包括：數字或圖形的規律性（9 題）、等式、方程式、或公式（14 題）、及數對的關係（10 題）。我國八十二年數學課程有關代數的教材內容是在數量關係的教材綱要內容，發現數列的簡單規律性是三年級的教材。

（一）學生在數型的表現

找出數字或圖形的規律性，是數型的主要內容。在九個題目中，有四個題目是找出圖形的規律性，有四題是找出數字的規律性，有一題是時間的規律性。

研究發現，學生在圖形規律性的通過率皆高於國際平均通過率，但是對於數字的規律性則不然，如「給一個 + 4 的規則，找出數列」，學生的答對率只有 22.4%，但卻有 58.0% 學生將「+ 4 的規則」誤認為「 $\times 4$ 的規則」。在一個數列中，求給定數列的下一項（如求第四項或第五項，答對率為 81.9%），對學生而言困難度不高，但是求第十項的值（答對率為 37.9%），對學生而言，則困難了許多。

（二）學生在方程式或公式的表現

我國小學四年級的數學課程有關代數的教材只處理單純的加、減、乘、除算式填充題。學生的表現在 14 題有關以未知數列出代數式或方程式、解方程式中的未知數、利用未知數解例行性問題的題目中，有 10 題低於國際通過率；其中，求乘數未知的算式填充題，答對率最高（96.1%）；求差數未知的減法算式填充題答對率為 80.0%。學生解未知數的困難度在於不瞭解未知數的意義，例如：「解決被乘數為二位數，乘數未知的乘法算式問題，求算該乘法算式 + 6 等於多少？」，學生的解法有二：一是先求乘數的值再代入算式中之未知數，然後求其值，若以此方法求算乘數，涉及到除數為二位數的除法，則超過學生的能力；二是直接將乘式的積，再加 6 得到 709。學生在該題的答對率偏低（16.0%），反而有 55% 的學生忽視了未知數的值而直接算出 $37 + 6 = 43$ 。

學生在加法等式問題和除法等式問題的反應類型很一致，直接從左式得到的結果，即為 中的值，學生尚未理解算式的等值意義，而仍然停留在等號右邊的 是左式得到的數值。

（三）學生在關係的表現

從一個數到另一個數的關係共有 10 題，概念包括：給定規則衍生其配對的數（6 題）、給定兩組數列寫出其規則（3 題）、以圖形描出兩組配對的數（1 題）。學生在依據給定規則衍生其配對的數之表現優於國際平均表現；但是，學生由給定關係找出規則，困難度則增加許多，平均答對率降為 25%。

六、台灣與其他國家學生在數學成就表現之比較

學生在數學成就表現由表四的資料顯示，台灣學生在 TIMSS 2003 的總平均通過率為 52.3%，數學內容表現由高到低為數、幾何、資料、代數、及測量，其平均通過率分別為 55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%，也就是我國至少有五成的學生能解題成功。當與世界的其他國家比較，除了代數之外，台灣

學生的平均通過率皆優於國際其他國家學生的表現。國際學生在數、幾何、資料、代數、及測量的平均通過率為 50.0%、47.9%、44.9%、49.8%、42.6%。我們發現：在這次參與 TIMSS 2003 試測的 23 個國家的四年級學生，在數的數學成就表現最佳，而在測量的數學成就表現最差。由於 TIMSS 2003 編製試題時，只要有 70 % TIMSS 2003 參加的國家之四年級數學課程有共同的數學內容，就可納入評量試題中。學生所施測的 229 題試題當中有 74 題是學生尚未學習的教材，因此試題內容是否學生學過是影響學生數學成就表現的一個因素之一。

表四：台灣-國際學生的數學成就表現之比較

各主題 通過率	數學內容					過程知識			
	數	測量	幾何	資料	代數	知道事實過程	使用概念	解題	推理
國際	50.0%	42.6%	47.9%	44.9%	49.8%	56.5%	55.7%	50.0%	39.5%
台灣	55.8%	48.0%	54.1%	52.5%	48.6%	65.1%	61.2%	54.4%	43.3%
台灣(國際)整體	52.3% (47.5%)								

台灣學生在 TIMSS 2003 的認知過程的表現由高到低為概念性理解、過程性理解、解題、及推理，其平均通過率分別為 65.1%、61.2%、54.5%、43.3%。當與世界的其他國家比較，台灣學生在各項的認知過程的平均通過率皆優於國際其他國家學生的表現。國際學生在數、幾何、資料、代數、及測量的平均通過率為 56.5%、55.7%、50.0%、39.5%。我們發現：在這次參與 TIMSS 2003 試測的 23 個國家的四年級學生在概念性理解的試題表現最佳，而在推理的試題表現最差。

結論與建議

一、結論

（一）TIMSS 2003 試題合計有 229 題，在數學內容所佔的百分比，由高至低排列為數（37%）、測量（24%）、幾何（17%）、代數（15%）及資料統計（7%），題數各為 85、55、39、33、17 題。在認知領域所佔的百分比，由高至低排列為解題（38%）、知道事實及過程（26%）、推理（18%）及使用概念（18%），題數各占 86、60、42、41 題。當與 1991 年的 IAEP 評量內容比較，IAEP 試題所佔的實際百分比由高而低分別為數、測量、資料統計、代數、及幾何。我們發現：TIMSS 2003 逐漸重視評量四年級學生的幾何及資料統計的學習，數所佔的份量有逐漸減少的趨勢，但是數所佔的比例仍然高居五個主題之首。IAEP 試題在認知過程所佔的實際百分比由高而低分別為概念性理解、程序性理

解、及解題。我們發現：評量學生的認知過程，由過去重視概念性理解逐漸轉為高層次的推理及解題之認知過程(Lapointe, et al., 1992)。

（二）影響台灣學生在國際性數學成就表現的一個重要因素是試題涉及的數學內容是否正式列入台灣的四年級數學課程標準。本研究發現：TIMSS 2003 試測 229 個試題中，有 74 題涉及的數學內容並未正式出現在我國八十二年版四年級的數學課程中，約佔全部試題的 32%，其中數、測量、幾何、資料、代數各占的題數為 25、17、16、3、14，所佔百分比分別為 11%、7%、7%、1%、6%。這些概念包括：倍數問題、異分母分數的大小比較、真分數的等值、等值分數的化簡、整數的分數倍、一對多、二對多、多對一的交換問題。在測量方面有公斤與公克的化聚、利用比例尺解決長度問題。在幾何方面有五邊形和六邊形的辨識、相似概念、座標認識、三角椎和三角柱的視圖及展開圖、旋轉變換。在資料方面有圓形圖、解讀折線圖的區間變化。在代數方面有解方程式的未知數、依問題以未知數列出代數或方程式、延伸數字或圖型的規律並找出某一項的值、描述一個數列相鄰兩項的關係、依給定的規則寫出數對的關係。

（三）台灣學生在數學內容的成就表現由高至低為數、幾何、資料、代數、測量，其平均通過率分別為 55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%。在數方面，我國四年級學生解決加、減、乘、除直式問題的平均答對率約各為 90%、85%、90%、83%；數的四則運算的平均通過率最高，平均有 79.3% 的四年級學生能成功地解決正整數的四則運算問題。這些數學內容中，除了代數之外，台灣學生在數、幾何、資料、代數、測量的平均通過率皆高於國際學生的平均表現。學生在 TIMSS 2003 的成就表現，與十年前 1991 年的 IAEP 的數學成就表現比較發現：學生在各主題的表現排行順序有差異，由優到劣為資料(72.8%)、測量(69.3%)、數(69.2%)、幾何(67.1%)、及代數(64.2%)，但是，台灣學生在每一主題的成就表現都優於其他國家學生的表現。

在這次試測中，仍然有 50% 的學生沒有成功的解題，這些數學概念包括：利用數解決生活中的問題、比值與比例、量的估測與實測，求算正方形和長方形的面積和周長、測量的計算問題、2 維和 3 維形體、形體的位置和空間關係、對稱和變換、資料的解釋、等式或方程式及從數對中找出關係等十一個概念。雖然台灣仍然有一半的學生無法成功解決十一個數學概念的相關問題，但是在這十一個概念中，除了等式或方程式，2 維與 3 維形體的認識兩個概念之外，我國學生的平均通過率仍然高於其他國家學生的平均通過率。

我國學生在這十一個數學概念表現不佳的原因，主要因素是這些數學概念尚未正式列在我國八十二年版的四年級數學課程的教材綱要內容中。其他的可能原因如：題目以題組形式出現，題目性質有些是數字遊戲或動動腦的問題，

是我國學生較為陌生的評量形式及評量內容；試題涉及的情境不合台灣的國情文化，例如：求算四位數的棒球票號碼、腳踏車出租店、博物館的門票 3 張 50 元；有些試題是因涉及的數學專有名詞難懂，如：倍數、平均；有些試題是因為題目本身的呈現或說明方式不恰當；有些試題是因題目的語意不清；有些試題是因為學生沒有完全理解數學概念，而導致數學成就低落，例如：試題是「用斜線塗出給定一個分數或一個一位小數的區域大小，當分割數不等於分母時」學生難於將給定的區域數目重新分割成與給定的分數之分母一樣的大小；學生沒有釐清周長和面積的區別。造成學生數學成就表現的另一個因素是，我國學生忽略真實情境的考量。例如：校外教學租車問題，廚工需要為學生訂購多少條土司的問題，而以小數呈現最後的答案。

（四）台灣學生在認知過程試題的表現由高至低為知道事實及過程、使用概念、解例行性問題、及推理，其平均通過率分別為 65.1%、61.2%、54.4% 及 43.3%，在數學認知的每一類型學生的成就表現皆優於國際學生的表現。這次參與 TIMSS 2003 試測的 23 個國家，四年級學生在概念性理解的試題表現最佳，而在推理的試題表現最差。然而，台灣學生在 1991 年的 IAEP 表現，以程序性理解的試題表現最佳，而在解題的試題表現最差。

二、建議

（一）從本研究發現：幾何題材及解題和推理的認知過程逐漸受到國際評量的重視。為了維持我國四年學生在國際的數學能力的競爭力，建議我國數學課程在五個主題的份量可以參考國際評量試題的各個主題百分比，作為我國在制訂及修正課程綱要的參考。在認知過程方面，從本研究的發現，建議課程設計者及教師在設計及執行教學活動時，應以發展學生的高層次認知思考為目標。

（二）在加減法試題出現了不同語意結構的加減法類型，除了和數未知的添加及併加型加法問題、差數未知的拿走型或比多型減法問題之外，也包含了加數未知的併加型、被減數未知的比少問題、加數未知的追加型問題，顯示了加減法的語意結構類型逐漸受到各國數學課程的重視，雖然在我國八十二年課程有些版本的數學教科書並沒有很強調各種語意結構的加減法問題，但是在九年一貫課程的能力指標 N-2-2「延伸加、減、乘、除與情境的意義，使能適用來解決更多的生活情境問題，並能用計算機械處理大數的計算。」以豐富學生加減法問題情境的經驗；可見我國九年一貫課程，已經因應了國際數學教育發展的趨勢；同樣的，在教學時建議教師宜多提供各種的加減法語意結構及乘除法的數學結構讓學生學習。

（三）依據 TIMSS 課程架構分析，有 32% 的試題內容是未正式列入我國

八十二年數學課程教材綱要內容。建議我國在修訂九年一貫課程綱要時宜重新考慮調整這些內容的學習時機。

(四)這次評量有些試題需要從真實情境考量,來決定最合理的答案,我們發現學生雖有能力算出答案,但是忽略真實情境的考量,以小數表示最後的答案。例如:校外教學租車問題(3-33)學校廚工購買土司麵包需要最少的數量。因此建議教師或教材設計時,宜多從真實情境的考量佈題,或學生解題時,宜提醒學生從真實情境的考量來決定較為合理的答案。

(五)從本研究發現:給定一個圖形,當分割區域數不等於分母時,學生困難於表徵一個給定分數,因此建議教科書設計者及教師要多提供機會讓四年級學生學習「在一個圖形上表徵一個給定的分數,當圖形的分割數不等於分母時」的分數或小數問題。

伍、參考文獻

- 1、Lapointe, A. E., Mead, N. A., & Askew, J. M. (1992). Learning mathematics. Educational Testing Service.
- 2、Mullis, I. S, Martin, M.O., Smith, T.A, Garden, R.A, Gregory, K.D, Gonzalez, E.J, Chrostowski, S.J & O'connor, K.M. (2001). *TIMSS Assessment Framework and specification 2003*, International Study Center. Lynch School of Education, Boston College.
- 3、張秋男、邱美虹、方泰山等十九人(民90):國際數學與科學教育成就期中報告(第一年)。國科會專題研究計畫成果報告(NSC90-2511-S-003-035-; NSC90-MOE-S-003-004-)。國立台灣師範大學科學教育中心。
- 4、張秋男、邱美虹、方泰山等十九人(民91):國際數學與科學教育成就趨勢調查2003期中報告(第二年)。國科會專題研究計畫成果報告(NSC91-2511-S-003-043-; NSC91-MOE-S-003-002-)。
- 5、教育部(民90):國民中小學九年一貫課程暫行綱要。台北:教育部。

誌謝

本論文之所以能完成,首先要感謝張秋男院長主持的「國際數學與科學教育成就趨勢調查2003」專題研究計畫的研究群伙伴同意兩位作者使用試測蒐集的小學四年級數學的資料。

附錄一 台灣學生在全數的表現

數領域 (Number)	數學認知領域						
	知道事實及過程	使用概念	解題	推理	題數小計	國際標準	台灣教材
全數							
以文字、圖形、或符號表徵一個正整數, 其中包含認識和寫出一個正整數的展開式		6-1(92.6) 7-23(87.1)			2		
位值的概念	3-32 (74.8) 6-39(90.0)			7-9 (80.4)	3		
數的大小比較及排序	5-34 (91.8)				1		
依據數的特性(如偶數、奇數、因數、倍數) 辨認數的性質	1-32(47.8)	1-23 (45.4) 5-14(7.3)			1 1 1	×	×
數的計算	4-39(88.5) 5-13(92.7) 5-25(92.7) 1-24(81.7) 4-38(93.5) 6-40(79.2) 1-34(89.5) 3-12(82.6)	6-3(66.2)			9		
估算	2-41 (71.8)			7-25 (61.6)	1	×	
解例性或非例性問題, 包括日常生活問題		6-49a(49.4) 6-51b(17.7) 6-51c(0.9) 2-54b(9.7) 2-54a(55.9) 2-53a(49.8) 2-53b(51.5)	3-22(28.0) 2-55c(38.3) 6-50a (33.8) 6-50b (4.3) 2-55a(18.5) 2-55b(38.3)	6-49b(15.6) 2-56 (13.7) 6-51a(27.7)	9 7	×	×
	4-37 (76.5)		1-33(47.6) 1-35(83.8) 4-2(72.6) 3-14(70.8) 3-15(89.0) 5-26(92.3) 5-27(80.0) 5-35(75.8) 6-2(61.0) 6-41 (86.1) 6-42a (75.8) 6-43 (66.2) 7-11(87.5)	3-33 (26.5) 5-36 (50.0) 7-10 (53.0)	17		
	7-24 (29.3)	2-42 (43.6)	1-13 (25.3) 4-1(72.9)		4	×	

3-32 (74.8): 學生在題本 3 第 32 題的答對率為 74.8%。

台灣教材 (): 該題涉及的數學內容已在台灣的數學課程出現。

國際標準 (): 台灣學生在該題的表現高於國際平均答對率。

MATHEMATICS ACHIEVEMENT OF FOURTH-GRADERS OF TAIWAN PERFORMED IN TIMSS 2003 FIELD TEST

Pi-Jen Lin Wen-Huan Tsai

National Hsin-Chu Teachers College

ABSTRACT

The study was intended to investigate fourth-graders mathematics achievement of TIMSS 2003 field test. The 1601 samples from 50 classes of 25 elementary schools were processed by the International Study Center of America. 229 items consist of five mathematics content domains and four cognitive domains. Five content domains were number (37%), measurement (24%), geometry (17%), algebra (15%), and data (7%). Four cognitive domains knew concepts (26%), using concepts (18%), solving problems (38%), and reasoning (18%).

The proportion of correct in average was 52.3%. The performance that students performed in the five content areas were in order of number, geometry, data, algebra, and measurement, its percentage of correct 55.8%、54.1%、52.5%、48.6%、48.0%, respectively. Particularly, students performed best in operations of addition, subtraction, multiplication, and division. Excepting algebra, students of Taiwan in each other four content areas and four cognitive areas achieved better than international students. The students' achievement in the four cognitive areas from high to low was knowing concepts, using concepts, solving problems, and reasoning, corresponding to percentage correct 65.1%, 61.2%, 54.4%, and 43.3%. The study found that the potential factors of affecting students' achievement in the field test included the content unlearned, assessment format, inappropriate items, vague statement of the items, contexts referred to the items, authentic contexts when deciding for an answer.

Key words: international mathematics achievement, fourth-graders, TIMSS