

## 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究

林碧珍

國立新竹師範學院數理教育系

### 摘要

本研究的目的是在於協助教師發展有關學生數學認知知識，能有效地整合教師之數學知識、數學教學知識、及心理學等領域知識於數學教學中。本研究主要由研究者和新竹市頂埔國小七位教師共同合作組成一個協同數學成長團體，以行動研究為取向，幫助教師落實國小數學課程改革所強調之「以兒童為本位」於數學教室中。成員的「現場教學」是成長團體討論會引發議題的主要情境脈絡，每週定期舉行為期半天的專業對話的討論會。教室觀察、教學案例的發展、和學生解題類型的分析，是數學成長團體的三個主要活動。成長團體討論會記錄，每兩週一次的教師晤談記錄、教學活動的教室觀察記錄、研究者的研究日誌、成員的數學日誌等，是本研究用來描述教師專業成長的主要資料來源，亦是用來檢驗此研究用來發展教師專業活動的有效性。資料之搜集方法、資料來源、及分析者的三角校正是作者資料分析的效度的檢驗。如何協助教師的原有知識從「在哪裡」而「往哪裡」在質變方面的成長歷程是資料分析的主要焦點。研究發現：教師在參加成長團體後，對八十二年課程有更深入的認知，教室觀察幫助他們更瞭解學生的學習特性是本研究用來描述教師的成長；教學案例有助於提升教師的省思能力，及提升教師對學生學習的敏感性；教師分析學生的解題類型，有助於更瞭解學生的思考方式，及有利於數學知識的獲得。

關鍵詞：協同數學成長團體、協同行動研究、教師專業發展、教學案例

## 一個在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究

林碧珍

國立新竹師範學院數理教育系

### 壹、研究動機與目的

數學課室內「培養兒童的群體解題文化」是八十二年課程改革的主要動向之一(甯自強, 1993), 期望兒童能「主動參與」和「質疑澄清」是數學教室文化所要形成的一種嶄新的風貌。兒童被視為是數學活動共同合作的學習者; 教師是解題活動的「佈題者」, 是討論進行的「促進者」而非「解題者」。這波數學課程改革, 教師所面臨的不僅是專業知能的挑戰, 而且還要調適自己在課室中「由主為賓」的角色所帶來心理上的衝突與矛盾, 因此, 當前的教師在職教育, 協助教師去發展在執行課程所需的專業素養, 及協助教師去澄清課程實施時需扮演的角色, 實為刻不容緩之急務。

教師若要落實「以兒童為本位」的數學課程改革, 瞭解學生的數學學習是必要的條件。同樣的, 教師之學生認知知識的重要性, 亦受到國外學者 Cobb 和 Steffe (1983) 與 Cochran 等人的矚目。他們採取建構主義的觀點, 主張數學教學知識是建立在學習者如何學習數學的基礎之上, 強調教師的心理學知識比數學知識更為重要。美國威斯康辛大學之認知引導教學模式計畫的研究也指出: 教師對學生學習的瞭解, 不僅有助於學生的學習的效果 (Carpenter, et al., 1989), 而且會影響教師的數學教學和學習 (Fennema & Franke, 1992)。因此, 基於理論與實證研究的證實, 要落實以兒童為本位的數學課程改革, 發展教師有關學習者的先備知識、學習歷程、思考方法、解題策略、認知發展層次、學習困難, 及錯誤類型等, 是本研究所關心的教師發展層面。

當分析國內有關國小師資教育的研究, 早期的研究主要是探討國小數學教師應具備的數學基本能力, 雖然最近的研究有逐漸趨向於教師的專業發展, 然而現階段多數的研究者仍停滯於教師現有知識的描述。過去在教師數學專業發展方面研究, 除了以傳統的專家提供專業課程的在職進修, 或舉辦幾小時的師資訓練研

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

討會，來協助教師由「現有的知識」提昇至更「專業的知識」，甚少研究者以協同行動研究為取向與一個學校為中心共同合作，來解決教師在教室中實際所遭遇到的教學問題。本研究不沿習以傳統的教師進修教育方式，而在一個學校組成協同數學成長團體，以協同行動研究的方式協助教師解決教學實踐的問題，縮短理論與實務間的差距，因為傳統的教師進修模式極易導致教師成為被訓練的對象與知識的接受者，造成教師缺乏專業成長的主動性，及忽略共同成長與終身學習的必要性（饒見維，1996）。本研究旨在描述教師在一個在職教師的培育計畫下所進行的專業活動如何地成長，及如何解決及改進數學教學的問題是本研究所關切的問題。

## 貳、文獻探討

文獻探討的主要目的是作為本研究在方法論發展時的依據，及作為資料分析與解釋時的理論架構。本章分為三節：第一節是在分析省思、合作活動、認知衝突、和知識建構的關係；第二節是在探討數學教師知識的本質及其相關實證研究；第三節描述有關教師專業成長的理論模式。

### 一、省思、社會互動、認知衝突、與知識建構的關係

#### （一）省思是知識建構的心理機制

皮亞傑定義智力（心理能力）為個體適應環境的能力。組織和適應是他的認知發展理論的兩個重要特徵。組織是指個體智力的統合功能，當個體面臨一個新的情境時，重新組織內在的認知結構，以較低的生理行為統合為較高的心理行為。適應是個體運用同化和調適兩種互補的歷程，對外在環境變化所做的調整歷程。個體在同化不足以應付環境時，會自行改變其認知結構以適應環境的需要，這種自我調整是認知結構發展的機制，自我調整是從自動而無意識的層次逐漸發展至有意識的層次，皮亞傑稱此有意識的層次為反身性的抽象（reflected abstraction）。反身性的抽象的後一階段是對移轉後的運思從事認知的建構和重組，皮亞傑稱之為省思（reflection）。

「省思」在知識建構過程的地位早已出現在早期的哲學家洛克和杜威的主張中，洛克主張所有觀念皆產生於感覺或省思；杜威的「省思」是包含一種質疑的狀態和解決質疑的一種尋求行動。他們視「省思」為知識獲得的歷程，有了「省

林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報 , 第十三期 , pp.115-148. 國立新竹師範學院。

思」認知結構才可能有重組再建構的發生，獲得的知識才有達到精緻和分化的可能。認知心理學家雖無使用「省思」一詞，但仍有與其相類似的概念，如訊息處理模式之「執行」( the executive ) 和認知發展理論的「後設認知」( metacognition )。從後設認知的觀點，「省思」包含行動中的控制性省思和瞭解行動與其後果之關係的建構性省思的兩個層面；前者在增進認知效率，後者旨在建構知識。後設認知心理學家強調行動中不可或缺的重要成分 - 「省思」，並不違背 Jansweijer 等人的「從做中學」的理論 (1990)，因為從做中而能學是行動中摻有省思的成分，諸如：生手到專家必須要在解題的脈絡中學習，而解題活動之效果，是源於解題者有意識的省思而非自動的或無意識歷程的必然結果。Polya (1965) 從數學的學習提出省思的重要性，他說：“很多人的學習應該是主動的，而不是被動的。如果只是閱讀、聽演講、或看圖片，而沒有加上自己心靈的一些行動，絕不可能學得任何事物，至少不可能學得太多 ( pp. 102-103 )”。Anzi 和 Simon (1979) 指出省思是有層次性的，無論是兒童、成人、生手、或專家在最初解題階段是行動中的省思，經過一段做中學的經驗後，才能以省思指引行動。

最近的數學教育研究亦強調省思的重要性，如美國威斯康辛大學的認知引導教學模式 (Cognitively Guided Instruction) 除了強調教師之心理學知識的重要性外，最重要的是教師的省思成份。Fennema 和 Franke (1992) 指出教師之心理學知識會影響其數學教學知識，其根本條件是教師必須內化及利用學生學習的知識實踐在自己的教學中。Brown 和 Borko (1992) 特別在『成為一位數學教師』的文章中呼籲：具有認知 (cognizing) 和省思的人 (reflective agent) 是成為教師的必備條件。

在教育行動研究亦強調省思所扮演的角色，「教師即研究者」不是要教師在教學之外從事傳統的教育研究，而是要透過教師教學中的行動研究，擴展自己的角色和視野，並對自己的教學實踐隨時作批判性的省思，省思的結果再轉而為教學實踐的依據。Elliott (1993) 解釋省思是自我探究的主動歷程，依反省中不同的立場而有對情境中所發生的事實、現象及其因果關係作「個人的反省」，對實踐行為理由進行的「質疑的反省」，及對個人內在的信念、假設、價值進行「批判的反省」。Noffke 和 Zeichner (1987) 的研究發現：教師的反省思考有助於教師本身對其專業知能與角色定義之改變，教師對教學決策能力之提昇與對學生學習過程與瞭解之提高，教師本身變得有批判性、反省性、創造性、和積極性，省思是建立或改變職前教師的知識和信念之催化劑 (林碧珍，1998)。

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

以上文獻分析, 省思在數學學習和數學解題過程中扮演著重要的角色, 省思的發生階段初期是附屬於行動中, 當個體已達到具有省思能力時則逐漸發展至省思指引行動, 省思的層次更是影響數學學習、數學教學、或數學解題的效果。基於此, 本研究為了增進教師的學生數學認知知識和教學知識, 提供教師省思的機會是一個必要的考慮。每位參與研究的教師由於個人的經驗、信念、知識的不同, 因而每個人的省思程度可能有所不同。

## (二) 合作是知識建構的社會機制

在皮亞傑 (Piaget, 1970) 的理論中, 促成認知發展的因素有: 成熟、環境、社會經驗、與平衡作用, 其中以平衡作用為最根本。當個體面臨一個新刺激與既有的認知結構不平衡 (inequilibrium) 時, 即是造成認知結構改變與發展的時機。個體的認知結構從不平衡到平衡的過程, 就是認知結構改變與成長, 也就是個體習得了知識。

何謂個體知識的習得? 不同學派對知識論的看法歧異, 絕對論 (absolutism) 學者主張知識是存在於個體之外, 知識的習得是個體所知道的能與已存在的客觀事實或實體相 '吻合' (match), 即個體知識的內在表徵能與外界存在的客觀事實相 '吻合'。然而謬誤論 (fallibilism) 對知識的主張卻不同於此, von Glasersfeld (1987) 提到建構主義的知識論是導源於皮亞傑的知識建構論, 是採用生物學家的觀點, 以 '適應' (fit) 和 '存活' (viability) 取代絕對論的 '吻合' 概念。建構主義學家祇關心所建構的知識是否能在其他規範條件的限制下存活? 並不去關心也無法關心個體所建構的知識是否與外界的實體已達到平衡? 人類知識不同於物種的 '適者生存不適者淘汰' 的進化原則 - 不可生存的生物組織體因為無法適應環境而無法生存 - 在於個體的知識遇到已有的知識結構無法生存的新環境時, 是透過同化調適的修正過程而加以調整與改變的。

相對於知識的主觀性, 社會批判論學家主張知識是某一社群擁有的共識, 知識的真偽有賴於理性的共識, 而共識的達成有賴於理性的討論 (Habermas, 1971)。Rorty (1979) 主張知識是建立在社會辯解的「共識」, 而不是絕對論所關心的和外界實體互相 '吻合' 的問題, 故知識無法被證實而只能被多數人信以為真, 知識是我們所信以為真的事物, 知識的發展是透過多向的溝通, 它是來自於同儕間的承認和相互的同意。然而, 社群間相信是「合理」的事並不必然是「真理」, 此合理的事很可能隨時被更合理的事推翻, 在此觀點下, 知識的有效性是建立在相互的主觀, 而不是在絕對的客觀或絕對的主觀, 因而知識的公開性層面顯得非常

必要。

社會建構論學者主張知識是經人類的討論或辯解的活動所獲得的共識，它是合作活動的產物；然而知識要能在合作活動下產生，先決的條件是合作活動具有激發並形成省思的功能。有關知識的發展有心理和社會兩個層面的交互作用，認知發展理論學家比較關心個人的心理層面，強調個體認知結構的重組而使得認知的發展；社會認知發展理論學家比較強調社會的層面 (Vygotsky, 1978)，相信社會歷程是認知發展的原動力。為何社會歷程能促進認知能力的發展？依據 Vygotsky 的理論解釋：高層次的心理能力發展係始於外在的社會活動而終於個體的內在活動，在成人的協助或較有能力的同儕合作的社會互動能是一個人從所在的「實際發展」層次而發展至較高的「潛在發展」層次，所以社會互動的功能是使個體在合作情境下所能誘發的認知歷程，逐漸內化成為所在的實際成就。依此觀點，藉著人際的溝通對話而逐漸內化為自我談話的歷程而促成省思的發展，就是認知能力的發展。

本研究是採取社會建構論學家的觀點，知識是某一社群透過溝通、辯證的合作互動下之產物。教師之教學知識和學生認知知識的建立並不是藉由研究者以專家的立場將這些知識直接傳輸給參與本研究之教師，而是由參與研究成員在面對一個複雜的問題與情境時，能依據學生原有的經驗、信念系統、知識架構、學習的情境、社會與文化因素，而進行平等的專業對話，最後達成共識。

### (三) 認知衝突激發省思的歷程

除了從 Vygotsky 的近似發展區 (zone of proximal development) 概念解釋社會歷程能促進認知能力的發展外，皮亞傑的「認知衝突」是用來造成個體認知結構不平衡，因而促進個體認知結構的改變與發展的動力，是另一觀點的解釋。在認知方面的研究，是以「認知衝突」來造成個體已有的知識無法滿足當時的狀態，而造成已有的知識無法存活而需再修正。Perret-Clermont (1980) 指出「認知衝突」並不能創造運思的形式，但可以產生失衡而造成認知的精緻化，「認知衝突」能成為如化學反應中之催化劑，但不存在於最後的化學產物中，它是產生化學反應過程中所不可或缺的，所以認知衝突是使個體能覺察、解釋、精緻化、省思自己的觀點。

von Glasersfeld (1991) 以「擾亂不安」(perturbation) 來說明個體認知結構的發展，它是促使個體結構無法存活而使結構產生改變與發展的刺激源。他定義學習是個體為了祛除「擾亂不安」而使概念結構產生改變的自我組織歷程，

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

個體與社群中的成員產生互動，進行溝通是祛除「擾亂不安」的有效途徑。由於社會互動中不同觀點的對立或衝突而導致認知結構的重組，所以互動的情境是激發省思歷程的必要條件，因為個體要向別人溝通解釋和辯證自己的思考時，很顯然的需要省思。

社會互動、省思、認知衝突、知識建構四者之間的關係密不可分，互動的情境是激發省思歷程的必要條件，認知衝突是激發省思的歷程，省思是知識建構的心理機制。本研究為了促使教師之學生認知知識的重組或建構，有必要提供機會讓成員在數學成長團體討論會的社會互動，尋求不同觀點的對立或衝突，以造成成員之認知結構的失衡，再透過不同觀點間意見的交流，而使得教師的認知結構再重組因而獲得知識的成長。

## 二、數學教師的知識及其相關研究

### (一) 數學教師的知識

Shulman (1986) 將教師知識分為七大領域 (domains): 學科知識、一般教學知識、課程知識、學科教學知識、對學生認知或特質知識、對教育情境的知識、對教育目的、價值、哲學知識。其中以學科教學知識 (Pedagogical content knowledge) 最為數學教育學者重視，本文所關心的學科領域是數學，故所述及之學科均以「數學」取代。

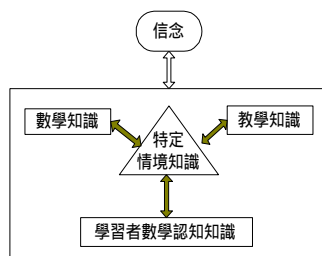
何謂數學教學知識？Shulman 的數學教學知識是數學知識和教學知識的整合，然而整合並不是單純地將數學知識和教學知識相加在一起，其整合的知識大於部分之和，數學教學知識包含了數學內容、數學的教學和學習知識。同樣地，Wittmann (1989) 與 Cobb 和 Steffe (1983) 的數學教學知識也包含數學知識和教學知識，但他們對於領域間的重視程度不同。Wittmann 認為數學教學知識中的數學知識比較重要，教師必須徹底理解數學內容，方能將數學內容作適當的轉換而形成表徵 (如類比、比喻、示例、解釋及證明)，以使學習者能夠理解。Marks (1990) 相信小學教師只有在對數學有很好的理解之條件下，才有可能發展數學教學知識。Cobb 和 Steffe 從建構主義的觀點來定義數學教學知識，提出數學教學知識是建立在學習者如何學習數學的基礎之上。他們認為教師的心理學知識比數學知識更為重要，數學知識對教學效能只是必要條件而非充分條件。學習者與教學者的認知結構和學習能力是不同的，教師無法將自己所擁有的數學知識直接移植給學習者，故教學需要尋找易於與學習者溝通的方法，因此 Cobb 和 Steffe 認為數學教學

林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報 , 第十三期 , pp.115-148. 國立新竹師範學院。

知識是指學習者如何學習數學的知識。

研究者對於數學教學知識之數學知識、教學知識之重視程度各持不同意見，有些研究者將學習者知識分離於數學教學知識領域 (呂玉琴，1994；黃幸美、周筱亭，1997)，有些研究者不但將學習者知識自成一領域，卻又在數學教學知識領域中談及學習者知識 (Shulman, 1986； Cobb & Steffe, 1983；黃永和，1996)，依此，顯見一個教師的各領域知識是互相糾纏在一起，無法截然分開；無庸置疑，數學知識、數學教學知識和心理學知識是數學教師所不可或缺的三個知識領域。

有些研究者的研究目的並不在於數學教師知識的靜態性分類，而是建立數學教師知識的發展模式。Fennema 和 Franke (1992) 建立教師在一個數學課室的情境中發展的特定情境知識 (Context specific knowledge) 的模式 (如圖一)，此模式在於說明教師知識的發展是以互動方式進行著。除此之外，他們特別強調信念是教師建立知識的主要驅動器。



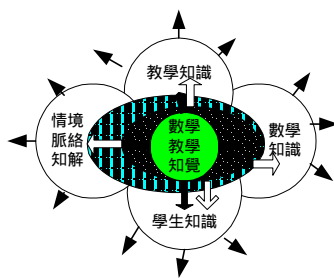
圖一 教師知識：情境中的發展 (引自 Fennema & Franke, 1992, P.162)

Fennema 和 Franke 重視在一特定情境中建立的知識，圖一是在說明在一個特定的情境中，數學知識、教學知識、和學習者數學認知識和信念產生交互作用，而產生一種驅動教室行為的特定情境知識。依此模式，特定情境知識的發展是教師在數學知識、教學知識、和學習者數學認知識形成之後而發展建立的，同時在交互作用的過程中，數學知識、教學知識、和學習者數學認知識亦逐漸發展茁壯。

Cochran 等人 (1993) 從建構主義的觀點，強調教師知識的主動建構，將「數學教學知識」修正為「數學教學知解 (Pedagogical content knowing)」。數學教學知解包含數學知識、教學知識、對學生理解之知識、和學習情境脈絡的綜合理解，要達到這樣的綜合理解，四種知識並非是以先後順序分別學習而是同時持續的發展。圖二是數學教學知解的發展模式，



林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報 , 第十三期 , pp.115-148. 國立新竹師範學院。



圖二 數學教學知解發展模式 (引自 Cochran et al. , 1993 , P.268 )

圖二之黑色箭頭和往外擴大的核心表示數學教學知解的發展，核心應該是對稱的位於模式的中央區域，但因教學、數學內容、學習者特質、及學習情境脈絡等因素而使發展過程的不平衡而產生不對稱。Cochran 等人的數學教學知解模式與 Cobb 和 Steffe 的數學教學知識均以建構主義為基礎，與 Shulman 和 Wittmann 的概念相較之下，更強調對學生數學認知的知識。此謂學習者數學認知的知識可以包含學習能力、先備知識、學習態度、學習動機、學習型態及認知發展層次、及學習者如何學習？如何思考？學習者的困難為何？等知識。

基於以上之文獻，有關數學教師的知識，不但分類的方式不同，涵蓋的內容也不盡相同。本研究雖將數學教師知識含蓋三個領域：數學知識、數學教學知識、學習者認知知識，但並不也無法將其嚴格區分。一般而言，數學知識是數學內容相關的數學概念和過程；數學教學知識是指如何以有效的方法、表徵將數學內容呈現給學習者，著重在教學方法和教學策略的使用，如何促進學習者間的互動，如何促進學習者的學習動機等知識。教師之學習者數學認知知識是教師對學習者的先備知識、學習歷程、思考方法、解題策略、認知發展層次、學習困難、錯誤類型等向度的瞭解。發展數學教師的知識，尤其是有關學習者認知的知識，是本研究的發展重點。再者，從實務的觀點，數學新課程強調以兒童為本位（甯自強,1993）為了落實八十二年的國小數學課程改革（教育部，民 82），發展教師之學習者數學認知知識是很必要的事。

## （二）國內有關國小數學教師知識之實徵研究

國內的師資培育研究以基礎性研究為多，本文將基礎性的研究歸納為三類，第一類是研究者將研究的重點放在一位國小教師應具備哪些數學基本能力，才能勝任於數學教學（林福來等人，1992；劉好，1990；張英傑，1990）。教師的信念和價值的研究是屬於第二類型的研究，Wang（1998）是探討課程改革下教師之數

林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

學信念與其教學之關係；呂玉琴 (Leu, 1999) 是以教室觀察及面談等方法探討一個國小教師在數學課室中呈現的價值。第三類是以數學教師知識為探究的焦點，瞭解數學教師現有的知識在哪裡，此類型研究依研究對象而分為職前教師、實習教師，和在職教師三類，依研究的方法論而分為基礎性研究和發展性研究。基礎性研究是以描述教師在某一特定的數學主題之現有知識 (如：分數、小數、乘法、除法等)，以測驗為主訪談為輔的方法探究教師的瞭解程度及其解題策略 (黃幸美、周筱亭, 1997；呂玉琴、譚寧君, 1996；劉曼麗、黃金鐘, 1996；Liu, 1995；Chang, 1997；呂玉琴, 1994；林燈茂、曹宗萍, 1996)。黃永和 (1996) 透過教室觀察和晤談的質性方法分析教師之數學教學知識。蕭昭君 (1998) 探討國小教師如何將國小數學實驗課程落實在小學教室。

表一 國內有關國小數學教師知識之相關文獻

研究者與研究時間 (依年代排序)	研究對象	研究主題內容	知識領域	研究性質
張英傑 (1990) 林福來等人 (1992) Liu (1995) 林燈茂、曹宗萍 (1996) Chang (1997) 甯自強、黃敏晃 (1997) 劉曼麗、黃金鐘 (1996)  甯自強 (1998) 楊瑞智 (1998) 劉曼麗 (1998)  支毅君 (1998)	職 前 教 師	數學基本能力及評量工具設計 調查師院新生的初等數學能力 小數知識 機率概念 乘法結構 國小數學教師培育及檢定模式 師院生的小學數學知識 開發國小數學教師之數學實踐知識-- 整數的除法 分數之加減乘除 小數認識及加減  估算	數學知識 數學知識 數學知識 數學知識、教學知識 數學知識 數學知識 數學知識 數學知識、教學知識 數學知識、教學知識、兒童 數學的知識 教學知識、兒童數學知識	基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 總計劃 基礎性  發展性 發展性 發展性 發展性
黃永和 (1996)	實習 教師	探討教師之數學學科教學知識結構	學科知識、學生知識、課程 與媒體知識、教學歷程知識 、情境脈絡知識	基礎性
劉好 (1990) 呂玉琴 (1994)  呂玉琴、譚寧君 (1996) 鍾靜 (1995), 鍾靜、朱建正 (1996, 1997) 蕭昭君 (1998) Wang (1998)  黃幸美、周筱亭 (1997)  譚寧君 (1998) 譚寧君 (1998) 劉祥通 (1998)	在 職 教 師	數學基本能力之調查 分數教學相關之知識  分數、面積 在數學課程改革下之教師成長  探討教師如何落實在國小數學教室 課程改革下教師之數學信念與其教學 關係 數學知識、數學教學知識、 對兒童的數學認知知識之現況調查 教師對於兒童在時間了解知識 長度與面積 比例	數學知識 數學知識、教學知識、學生 知識 數學知識 數學教師知識 數學教學知識 數學教學知識 數學教學知識 數學教學知識 課程的詮釋 數學知識、教學知識、兒童 的知識	基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性 基礎性

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

為因應民國八十二年的課程改革帶來的衝擊，而帶動國內有關教師專業發展之發展性研究的熱潮，諸如鍾靜和朱建正自 1993 起，隨著數學實驗課程在國立台北師範學院附屬實驗小學之逐年實施，一方面幫助教師瞭解教材設計的理念與理論，協助教師解決教室內發生的教學或學生學習問題，另一方面在幫助教師瞭解實驗課程之同時，也提昇了教師的專業成長（鍾靜、朱建正，1995；1996；1997）。另外，有一群從事國小數學師資培育研究的師院教授，探討師院生和在職教師原有的知識（劉曼麗、黃金鐘，1996；黃幸美、周筱亭，1997）。有些從事開發教師之數學教學實踐知識，研究主題分別為整數的除法、分數認識及加減、長度與面積、比例、估算（甯自強，1998；楊瑞智，1998；譚寧君，1998；劉祥通，1998；劉曼麗，1998；支毅君，1998）。茲將以上文獻依研究對象和研究主題內容進行分類而整理成表一。

國內實徵性研究文獻得知，教師之數學知識及數學教學知識為多數研究者所關注的研究領域；近年來，教師之學生認知知識亦逐漸受到研究者矚目，然而多數的研究傾向於描述教師現有的知識是什麼。在瞭解教師現有的知識在哪裡之後的下一階段，應是幫助教師提昇的專業知識而使其提高教學效能的在職教師培育的研究方向。因而，本研究以教師的專業發展為主要鵠的，使教師能勝任愉快課程改革下之數學教學。

### 三、教師的專業成長

#### （一）教師成長理論

教師專業發展是將教師視為是學習者，學習者透過專業的對話而促成認知上的改變，因而使教師獲得成長。除了在兒童時期有認知發展階段理論，在成人階段仍有許多學者提出智力或道德方面的發展階段理論，Fuller 和 Bown (1975) 的發展階段理論是教師所關注事物 (concerns) 的發展和 Perry (1970) 的理論強調知識和道德的發展。

##### 1. Fuller 和 Bown 的教師關注發展理論

Fuller 和 Bown 從教師所關注事務的觀點將而教師的成長分為四個階段：

- (1) 教學前的關注 (preteaching concerns)：在師資養成時期的準教師是扮演學生的角色，對於教師的角色僅處於想像，因尚未經歷教學，故僅關注於自己。
- (2) 自我關注 (self concerns)：初次接觸教學的新手教師，因面臨教師自己的生

林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

存問題，所以關心的是班級經營、熟練教學內容、和上級視導者的評鑑。

(3) 教學任務關注 (Task concerns) : 在此階段的教師所關注的是教學情境的限制、和教學資源的缺乏、學生人數過多 等造成教學的挫敗；此階段比較重視自己的教學，關注自己的教學表現，而非學生的學習。

(4) 學生關注 (student concerns) : 當教師們已經學會克服繁重的教學工作時才能關注學生。此階段的教師能關心學生社會性和情感上的需要，如學生學習機會的均等，關心個別差異的學習。

從發展的觀點，在教室中只關注於自己的生存問題的教師是比關注於學生問題的教師在發展上較為不成熟。一個教師若還只在關心自己在教室中是否能存活的問題是不可能達到關注學生的發展階段。

## 2. Perry 的智力和道德發展理論

Perry (1970) 的智力和道德發展理論是涉及到教師的知識觀來自於權威 (authority) 的仰賴程度。此仰賴程度由小而大而分為：對偶 (dualism)、多元 (multiplicity)、相對 (relativism)，和認同 (commitment) 四個階段。數學教育研究者將此理論用來解釋教師的發展，在對偶階段的教師相信每一個問題有一個答案，而且僅有專家才能傳遞這些答案；換言之，在此階段的教師深信數學只有對或錯的二者取其一的兩極化原則，而且只有教師能知道這些差異。在此階段的教師完全依賴權威來判斷事實的真偽。在多元階段之教師相信所有的觀點都是合理的，權威 (教師) 是扮演促進學生多去思考的角色，因此每一件事都是值得思考值得相信，此階段的教師並沒有以分析的方法而盲目的接受各種不同的觀點。在相對階段的教師持有並非所有意見都是一樣好的想法，意見的好壞的判準都是依據當時的情境脈絡而定，例如有些解法是很簡潔易懂，而有些解法是冗長繁雜但容易瞭解。在認同階段的教師能以各種觀點的相對優點的原則來確定一個特殊的觀點，在此階段之教師能接受不同的觀點並且了解到知識是個人經驗的累積，例如在這個階段的教師最能接受建構主義的學習和教學觀。以 Perry 的理論分析，無論是有經驗的教師或新手教師在教室中的決策均非常的仰賴外在的權威。在發展層次上處於低階段的教師要發展到較高階段實非易事。例如，有些研究指出新手很難去接受建構主義的數學學習和教學概念，建構主義主張學生是教師做決策時所依賴的權威 (Brown & Borko; 1992) ; 假如教師是發展到一個比較高的階段，則教師接受課程改革的程度越高；但先決條件是要能他們開放自己的心胸，增加自

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

己的思考觀點。發展階段理論的特徵是有層次性的 ( hierarchical )、有順序性的 ( sequential ), 教師的發展階段是由一個簡單的階段邁向一個較複雜的階段。除了個體省思程度不同外, 教師的成長階段理論將是本研究用來解釋教師為何在同樣的數學成長團體環境下每位成員會有不同的成長速度的一個理論架構。

## 參、研究方法

國小數學課程主要的強調是教師要提供學習者建構知識與反省自己的學習經驗的機會, 並且鼓勵學習者在課室內進行溝通、討論、辯証的活動, 因此提昇教師在數學課室內進行教學活動所具備的專業素養, 是本研究執行在職教育的計畫內容的主要考量之一。因此將研究的情境脈絡定位於正在使用依據教育部於民國八十二年頒布的國小數學課程標準所發展的數學教材下進行數學科教學的國民小學。研究者與頂埔國小七位教師以合作的關係透過協同行動研究為取向, 提供教師專業成長的環境。這個研究的特徵是不拘泥於特定的派典(paradigm)及研究方法, 視實際的需要調整研究計畫, 諸如: 研究原先安排四項學習活動, 為了減輕教師的級務繁忙, 而縮減為三項的學習活動。本研究所解決的數學教學問題是發源於每日教育工作所產生的實際問題, 由關心數學教學的師院教授及教師共同合作針對教學情境進行研究, 持續不斷的提供研究與發展實務的策略與方法。

### 一、協同數學成長團體的成員

協同數學成長團體主要成員包括研究者及四位一年級教師 ( 玲玲、惠惠、蓉蓉、素素 ), 四年級教師 ( 又又 ), 五年級教師 ( 三三 ), 及註冊組長 ( 芬芬 )。小組成員之教師依參與程度而區分為「核心參與教師」與「不完全參與教師」。擔任一年級教學的四位教師是核心參與, 非一年級教師為不完全參與。核心參與教師與不完全參與教師之差異在於核心參與教師不僅為「教室觀察者」而且是被觀察的「教學者」; 也被要求配合研究之相關研究設計。核心參與教師在加入成長團體之初, 即賦予相異之背景、信念、能力、動機、及需要, 他們被期望成為一個主動的學習者、自我發展者、問題解決者、教學實踐者, 及共同設計者。每一位核心參與教師必須共同參與成長團體的討論會, 反省教學的實踐過程與結果, 共同訂定並遵守討論對話的規則, 然後再回到教室中實踐討論會中所達成的共識。同時, 他

林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報 , 第十三期 , pp.115-148. 國立新竹師範學院。

們必須肩負對自己教學的觀察和記錄，或經由對學生的觀察獲得有關自己教學的訊息。每位成員的特質及背景資料請詳見林碧珍 蔡文煥 (1999, pp.11-14) 的文章。

## 二、協同數學成長團體討論會

每週一下午舉行的數學成長團體討論會定期在頂埔國小的輔導室舉行，它是成員分享經驗、提出問題、及解決問題的時間；它是促進教師社會互動的機會，是引發認知衝突提供教師省思的時候。討論會是由研究者依據與教師們共同協商訂定的行事曆上的主要活動進行討論，在討論會中，研究者被期望為帶有比較多的理論成份，而參與研究的教師則具備有較多的實務經驗。教師的「現場教學」是討論會中引發爭議的主要情境脈絡，成員是被觀察的主要對象，因為被觀察者都是我們熟悉的人，我們有一份特殊的親切感。以「現場」教學取代「錄影帶」教學是為避免受制於拍攝者的取景角度，而能讓我們每一個人有機會看到教室現場的全貌。另外，每位成員被要求集中於一個教學現場做教室觀察，因為這樣能使每一個人在討論會時進入共同的焦點，而且，由於每位核心參與教師正在進行同樣題材的教學，他們所面臨的是同質性的教學問題，他們要解決的是同年級學生所遭遇的問題，因為這樣的需要，而能讓每位教師更深入去思考討論的議題。

## 三、協同數學成長團體進行之活動

### (一) 教室觀察

教室觀察在本研究具有三個不同層面的意義：(1) 它為研究所從事之認知活動之一。(2) 為進行教學案例發展、學生解題類型分析的必要手段。(3) 為蒐集資料的方法之一。研究者並不主張成員未作省思之前即被傳授有關教室觀察的要點，及觀察記錄表應有的格式；取而代之，成員之教室觀察知識及技能的建構，是建立在小組成員們的討論活動所達成的共識。教室觀察的知識是成員們合作活動的產物。研究者相信，教師在教學時所關注的事務反映在其進行教室觀察時所觀察的焦點上，假如教師是以學習者為導向的教學，則其教室觀察的專注點必然

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

比較偏向於學生的學習 (如學習的困難在哪裡? 如何使用策略?)。透過教室觀察, 研究者嘗試去幫助教師將教室觀察的焦點從放在教師身上逐漸擴增至學生的學習, 教師藉由觀察學生的學習, 而能對學生有更好的瞭解, 更能掌握學生的學習策略。為了建立教師的教室觀察知識, 成員首先被邀請至師院觀察研究者以學生為中心的「數學科教材教法」課的教學, 這樣的邀請, 除了幫助教師瞭解以學習者為中心的教學外, 摒除成員即將扮演為被觀察教學的疑慮和恐懼, 則為另一目的。

## (二) 教學案例

教學案例是教學中實際發生的例子, 它的產生是源自於成員間從教室觀察中對某一議題有認知衝突的產生, 而造成與其他成員在觀點上有爭辯發生, 這些議題可能是歸納學生的解題策略, 可能是不同教師對同一題材在教學處理的不同, 或可能是對學生的某一解答做更進一步的詮釋。教學案例是在描述一個教學或學習的議題, 蒐集了曾經是成員認知上的衝突, 呈現教師間曾經爭辯過的觀點, 這些討論會上的爭辯點, 成為教學案例中「問題討論」的核心。

教學案例的發展在本研究分成三個階段進行, 第一階段是由研究者將討論會中的議題撰寫成教學案例; 第二階段主要在建立教師教學案例的知識, 例如: 教學案例包含的內容、教學案例的形式; 第三階段則由教師實際撰寫教學案例。

## (三) 學生解題類型分析

幫助教師能從以教學者為中心的教學轉移至關注學生的學習, 發展成員之有關學生解題類型分析是本研究第三個進行的認知活動。此活動主要是分析學生解法之間的共通性及差異性, 並比較說明學生解決問題之每種解法背後的思考。本研究所進行之學生解題類型分析有其階段性, 首先, 請成員在教室中蒐集學生的解題工作單, 然後由成員每組兩人進行分類, 之後, 每組說明分類方法, 成員在此過程中分享自己與他人的觀點及意見, 而獲得對學生認知上的成長。第二階段, 則由每位成員分別蒐集學生的解題, 先將其分類, 然後在討論會中, 每兩人一組共同進行分類學生解題類型, 再由各組逐步報告分類方法。此階段不僅各組互相學習, 而且每一位成員實際經歷個人的分類方式, 而得以與其他成員互相比較, 因而獲得觀點的擴張。

#### 四、資料的蒐集

信念是一個人的內隱思想，因此成員在討論會中所表達的語言和觀念是作為反應教師知識與信念的重要來源，會議記錄的逐字稿是用來闡釋教師信念和知識的主要書面資料；每隔兩週與教師進行的晤談，不僅在於瞭解教師教學所遭遇的困難，而且在於瞭解教師再次實踐討論會達成的共識於教學中的有效性。本研究用來描述教師成長的重要資料，除了討論會記錄、教師的晤談外，教師觀察記錄表、研究者的研究日誌，教師的自我成長報告（詳細的資料請見林碧珍等人，1999）。

#### 五、資料的分析

本研究在研究過程中不斷的收集資料，進行分析，形成初步的結論，再進一步收集更多的資料進行分析，再形成進一步的過程（Guba & Lincoln,1989; Miles & Huberman,1994）。為了克服資料蒐集的單一方法、單一觀察者，和單一理論的偏見，本研究採取多重來源的三角校正，這些包括：

1. 方法的三角校正：多種方法針對相同的研究問題作相互的比對。諸如：為瞭解教師對數學成長團體的看法，研究者獲取資料的來源包括：協同數學成長團體討論會記錄、教師的個別晤談，和成員的自我成長報告。
2. 來源的三角校正：研究者對同一方法檢驗不同資料的來源，從不同的時間，不同的人，檢驗資料來源的一致性。諸如：教師對成長團體的看法，研究者於上下學期之期中與期末進行晤談，並對所有成員逐一進行晤談。
3. 分析者的三角校正：本研究主要是由研究者一人進行資料的蒐集及分析，為了避免單一觀察者的偏見，與在本研究相關子題下進行碩士論文的一位研究生隨時進行資料分析的比對。再者，在研究過程中，研究者與成員間建立了良好的互動關係，經常將獲得的資料與成員們分享，以避免誤解說話者的原意，使資料失真。
4. 保留教師的聲音：為了避免演變成研究者對於研究進行的實質操控，在研究報告中盡量保留教師的聲音，不採取研究者對於事件的詮釋。資料的分析完全是依據第一手資料，在文中儘量引述教師直接發出來的聲音而不加入太多研究者的詮釋。



## 肆、研究發現

本研究將教師的成長定義為教師在不同的時間序列對同一事件所產生的行為改變。為了說明教師的成長，有必要去瞭解對某一事件原有的想法或行為，亦即是教師原有的知識在哪裡。研究者並不期待去研究教師對某一特定事件的信念及知識，故在研究期間並不以結構性而儘量以地毯式的搜尋成員們所留下之任何跡象。由於以沒有結構性的方式蒐集資料，很可能教師在加入成長團體初期時，某些原有的信念尚未被蒐集到。然而，教師在某一特定情境脈絡下，將會以很自然的方式將自己的觀點毫無保留地表達於數學成長團體討論上。本研究並非要窮盡羅列教師之原有知識，故而將教師之原有知識定義為教師在成長團體中第一次呈現或被觀察到的想法或行為。本研究所關心的是當知道教師的原有知識在哪裡後，教師隨著在數學成長團體進行的活動，對某一事件在不同的時間再次呈現或再被觀察到的想法或行為上所產生的質變。教師原有知識「在哪裡」發展至「往哪裡」之間所產生的質變，一方面是作為教師成長的指標，另一方面是在說明此協同數學成長團體的教師專案發展如何有效地協助教師成長。本研究不以教師原有的知識「到哪裡」一詞，而以教師原有的知識「往哪裡」取代，主要是研究者相信教師在協同數學成長團體的協助下，他們的知識是不斷地在改變，也綿延不斷地茁壯。因此，本論文在資料分析章節首先描述研究期間所蒐集到協同數學成長團體的教師在初加入團體時的原有與數學教學相關的知識；然後進一步描述成長團體教師對新課程原有的質疑，如何透過合作的方式進行專業的對話，而澄清原有的疑點。

### 一、教師對八十二年課程原先的認知

初加入協同數學成長團體時，每位成員對八十二年課程的瞭解在認知上有歧異，他們對課程的瞭解也來自不同的途徑。芬芬獲得課程的瞭解是來自以前任教學學校舉辦的數學實驗課程的研習；蓉蓉和惠惠來自個人過去兩年實踐課程的經驗。玲玲對新課程的瞭解，除了透過書面的資料外，同事間的交談也是增加課程的途徑之一。又又老師是數學科輔導員，所以有較多的機會接受有關課程的研習，比較有機會取得與課程相關的資源。素素老師是成員中最少有機會接觸八十二年的課程，所以對於課程的瞭解很有限。數學成長團體的成員們曾提到：在過去，他們所接受到的幾小時短期研習，所獲得的訊息大多僅止於課程的精神及基本的教學模式，但實際實踐於教學中，仍有許多細節問題很難拿捏。

林碧珍(2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

加入成長團體之初, 成員們對數學課程原有的認知是: 在教法方面強調理解的過程, 注重學生的互動, 教師要提供機會讓學生進行解題, 由學生發表。在教材方面, 先以應用問題佈題, 讓學生去思考。惠惠所瞭解的課程是: 「強調兒童的建構, 老師只要佈題引導學生去想, 讓學生發表, 互相激盪, 然後, 討論出正確的方式」。

惠惠肯定教材符合佈題生活化的設計、認同教材單元內的螺旋式組織。她認為不是所有的教材都適合給學生建構, 具體的事實(例如, 數數和長度的認識)不需要由孩子來建構, 只有在需要自己操作的教材內容才需要建構。面對家長的壓力、進行討論時常規的困擾、分組討論執行之不易、學生計算能力的低落、及教師需要花較多較長的時間研讀和準備教材, 是惠惠在使用兩年的新課程後, 在初入成長團裡時所訴出的無奈與批判。玲玲對於新課程的瞭解來自於同事負面的聲音, 諸如: 教材內容變得簡單、缺乏競爭力、國中與國小的教材難以銜接...等。素素所瞭解的課程是「強調學生怎麼解題, 怎麼思考, 給學生自己去發現答案。」她認為只有主動思考型的學生適合用建構式教學, 聽眾型只是靜靜的聽, 非思考型亦非聽眾型的小朋友皆不適合採用建構式教學。

惠惠、蓉蓉、又又、芬芬以批判性的支持和質疑來看待新課程以兒童為本位的主張, 這些支持和疑點並非僅於「耳聞」, 他們對新課程的「知」是建立在「行」的摸索過程。成員們對新課程原有的質疑, 在透過數學成長團體的討論、彼此的經驗分享而獲得澄清。這些曾經被釐清的某些事例, 將從成員原有的渾沌至疑惑的澄清, 解決方案的提出, 乃至解決方案的再實踐, 將一一詳述於本節。

## 二、教師對數學教學知識的澄清

### 澄清一: 小組合作學習

數學成長團體幫助成員們看到自己為何會有「分組討論理念是不錯, 卻行之困難」的無奈, 我們分析教師們會有這樣的無奈是由於: 一是教師難以脫去積習已久的「講述法」外衣。當教師在引導學生進行討論時, 經常瀕臨於「想講」又「不能講」的邊緣中掙扎。例如惠惠說:

「像電燈那個例子, 學生辨認燈管為長方形, 當時我很有想告訴他們答案, 又覺得不行, 可是....., 有時覺得自己的引導很不理想。(惠惠, 晤談記錄, 981123)」

二是當教師在進行學生小組合作學習時, 僅是名義上的小組角色分配, 卻剝

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

奪了組員間的溝通協調機會，而未發揮小組合作學習的功能。例如，在 11 月 6 日素素的教學中，她將全班 35 位小朋友分成每組四人，一人司組內秩序，一人司思考解題的方法，一人負責將答案寫在白板上，一人隨後負責上台發表報告。我們觀察到這樣的分組方式，在小組內的運作現象是：司秩序的小朋友不允許組內的小朋友進行溝通討論，負責上台發表的小朋友卻無所適是而呆坐在椅子上，而且在發表報告時，由於缺乏先前與小組成員的討論，無法讀懂也無法解釋該組在小白板上的解題記錄。

教師對小組合作學習的缺乏認知及運作上的不適切，曾經在成長團體討論會上被提出來討論，四人為一小組是在討論會上所達成解決問題的方案，因為這樣的人數最能提供給每位成員進行平等溝通的機會。惠惠老師在初步認同這樣的共識之後，再次地將其實踐於自己的數學教學中而得到確認，並促使她重新檢討自己過去執行的不當，她說：

“四個人一組真的很不錯，以前我都是六個人一組，太遠了一點，現在四個人討論的效果很不錯。( 惠惠，晤談記錄,981218。 )”

惠惠老師也曾經提到學生進行小組討論時，很容易造成常規的混亂，這點對她的困擾很大，她說：

“有的小朋友動作很快，一下子就做完，有的組很慢，慢慢摸，快的那一組就玩到別的地方去了，常規不好，怕有人沒辦法吸收。( 惠惠，晤談記錄，981014 )”

惠惠老師的憂慮在玲玲的教學也發生了，由於學生在進行解題活動時，沒有被提供足夠的花片，而使得教室內出現組內病態的運作。這樣的病態組內社會運作是：各組的每個人想要分花片，大家都在搶花片的混亂局面。玲玲在課堂上的佈題是：「8 個花片分成兩堆，可以怎麼分？」每組 4 個人共拿得 8 個花片。玲玲在進行這個活動時，直呼因為孩子的自我中心太強，每個人都想搶花片，搶到花片的人分好兩堆(6 個和 2 個)，另外一個小朋友又搶過去再分成兩堆(5 個和 3 個)。同時，玲玲也質疑學生會有找出規律性 (7 個和 1 個，6 個和 2 個，5 個和 3 個，4 個和 4 個) 的能力，因此玲玲在數學成長團體的討論會上，尋問是否需要告訴學生，把所有可能的答案以有規律的方式一一找出所有答案？

玲玲的疑惑就在教師們之間的對談互動過程中而獲得澄清，她逐漸了解到導致問題的真正原因是來自對孩子發展情形掌握不住所致。在成長團體討論會上，我們的分析是：一年級兒童自我中心仍然很重，所以在操作花片的過程中，只看到自己而沒有關心別人的做法。另外，一年級兒童的短期記憶量不足以存放一分鐘前剛分好的兩堆。為了解決玲玲的疑惑，我們採取的可能解決方案是：一、提

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

供足夠多的教具，讓每一個小朋友有足夠多的花片可以操作，孩子排好花片後，再觀察其他人的排法，這樣，可以同時看到不同的分法，才能確實達到合作學習的目的。二、可以讓小朋友分成兩堆的花片後，將花片描繪在紙張上，這樣可以看到自己留下的痕跡，就能比較，而不會產生重覆。

## 澄清二：具體活動、表徵活動、與抽象運思活動的區分

教師尚未進入算式的教學前，孩子卻早已使用在學校之外習得的算式來解題，這個議題是成長團體剛成立時在討論會上最受成員們的矚目。在初期，教師們了解要尊重兒童，但是卻沒意識到，尊重的背後卻隱藏著教師專業能力的欠缺，教師不知去釐清具體活動。教師由於欠缺對具體活動或圖像的表徵活動和算式紀錄之表徵活動的區分，而造成教學的困擾。當成員們被要求去描述他們原先的處理方式時，素素老師說：

“在第五單元分與合，有一個問題是：「爸爸釣到 9 條魚，送給叔叔 3 條，還剩下多少條魚？說說看，你怎麼做的？」在全班的八組中，有七組的小朋友都知道  $9-3=6$ ，其中有一組為 9.3.6，中間沒有「+」「-」「=」符號，而變成 936 (九百三十六)，所以他們有些會用數學式子來表示，我沒有說不准他們。(素素，討論會紀錄，981023)”

玲玲在一次的晤談中提到：學生已用算式來解題，要他們倒回重新建構以畫圈圈的方式表示，確實有點困難。在成長團體討論會上，她提到自己對算式提早出現的處理方式是：

“因為我之前跟學生講，老師還沒有教算式前，還不要用算式。(玲玲，討論會紀錄，981109)”

芬芬老師從蓉蓉的教學中所觀察到的現象是：孩子不但能用花片排出「操場上有 6 個小朋友在玩沙，又來了 3 個，現在有多少個小朋友在玩沙？」，而且排出的方式相當多，但從排花片轉換到以畫圈圈的方式來記錄解題過程，孩子似乎有點困難。她對孩子算式提早出現的看法是：

“當家人已經教他們  $6+3=9$ ，他已經會了，我認為寫出算式也無其實所謂……。如果他寫得出  $6+3=9$ ，大概也知道意義。……其實現在這種情形在教學中常常出現，一開始就先用算式算，因為他已經會了。(芬芬，討論會紀錄，981109)”

算式的提早出現，本來是教師們視為是理所當然的事實，在成長團體討論中，教師們有機會彼此交換不同的觀點，又又老師並不認同芬芬老師的說詞，她說：

“有的孩子用算式，有可能因為真的瞭解，因為有學過算式，所以會用那種模式在套入，有的可能只記得那個樣子，把數一抓來就套進去，在上一次素素的班上就有學生莫名其妙的寫出  $100+100=200$ ，就可以知道他完全不知道那個算式的意義。(又又，討論會紀錄，981109)”

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

由於又又老師的提出，而造成玲玲、芬芬、和素素老師原有認知的失衡，到底孩子算式的提早出現是否需要限制它？由於這一場激烈的爭辯，使得成員們更加認真地去思考在教室中所發生的現象。玲玲從這次的討論會，才知道孩子的算式記錄活動應是在具體活動和表徵活動的學習之後才發生的，這樣的認知建立後，幫助了玲玲在日後的教室觀察的洞察力，她能觀察到學生的建構過程。這是一個具體例證：

“在操場上有 6 個球，小芳拿走了 2 個，現在剩下幾個球？」小朋友出現  $6-2=4$ ，再補畫圈圈，在  $6-2=4$  的下方再畫出  $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc - \bigcirc\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ ，這種建構的過程似乎有問題。  
(玲玲，討論會記錄，981109)”

從這次的教室觀察，玲玲能察覺到孩子先寫算式再用圖示來記錄，只是為了符合老師的要求。在這次的討論會中，當成員正積極討論「孩子先出現算式再畫圈」的逆向建構時，研究者適時地說明孩子常用的  $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc - \bigcirc\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ ，仍然無法表徵出「操場上有 6 個球，小芳拿走了 2 個，剩下 4 個球」的解題活動記錄。以這個例子卻難以說服教師放棄原先的概念，他們所不解的是：孩子以畫圖的算式來表示，有何不妥？一直到當成員們被要求回答：當學生以  $\bigcirc\bigcirc\bigcirc \times \bigcirc\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$  是否亦能表示「3 隻青蛙，共有 12 條腿」的意義時？這個例子的出現與成員們原有的認知有落差，而造成他們認知上的衝突，才使得成員們重新組織原先架設好的認知結構網，此時，他們始瞭解到  $\bigcirc\bigcirc\bigcirc \bigcirc\bigcirc\bigcirc \bigcirc\bigcirc\bigcirc$  才是真正的表徵了「一隻青蛙 4 條腿，3 隻青蛙共有 12 條腿」。

在數學成長團體中，除了成員們重新建立了具體活動、表徵活動、抽象運思活動的認知，在討論會上，我們也關心如何避免孩子算式的提早出現。「分段佈題」是我們提出來用以避免學生繼續使用圖畫的算式之解決方案。「分段佈題」是將一個分解或合成問題，如同一個技能的分解動作將問題分解成兩個做數活動或一個數數活動的過程，例如：若以「分段佈題」呈現「操場上有 6 個球，拿走了 2 個，現在操場上有幾個球？」，它的方式應當是「操場上有 6 個球，用花片做做看；拿走了 2 個球，用花片做做看，現在還有幾個球？」。對「分段佈題」的深入討論後，蓉蓉和素素有機會再次實踐並檢驗它的有效性於隨後的教學中，蓉蓉老師很得意的說到：

“林教授提到「分段佈題」，後來回想起來，真是受益很多，因為在這個教學之前，我有參考其他版本像國編本，我看到「分段佈題」，那時候〔兩年前〕不曉得它的意義何在？或者怎麼用？後來那天教授提出來，我才知道原來是這樣，後來我就用這樣的方式進行教學，覺得學生的解題就順暢多了，學生就不會離題意太遠。( 蓉蓉，晤談記錄，981113) ”

林碧珍 (2000)：在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。《國立新竹師範學院學報》，第十三期，pp.115-148。國立新竹師範學院。

蓉蓉這樣的認知建立後，也繼續影響到她在進行相關題材的教學。諸如：在進行兩步驟問題的教學時，為了避免學生以  $5+2=7-3=4$  表徵「遊園車上有 5 個人，到了獅子園時上來了 2 個人，到了河馬站下去了 3 個人，現在車上有多少人？」，蓉蓉老師也採用「分段佈題」的方式建立孩子的具體活動，先放 5 個花片，再加 2 個花片，再拿走了 3 個花片，最後剩下 4 個花片。

### 澄清三：教學目標的掌握

教師對於教材的使用，通常是順著教材中的活動流程，往昔教科書對教師而言，就是聖經的代名詞，是不得任意更改教材內容，即因如此，教師未曾知覺到需要去思索課程是否設計得當？當在運用教材時，不曾認真地去思考活動的設計目標，未加批判而只是盲目的接受。我們的成員在剛加入成長團體時，由於專業能力的欠缺，也是盲目的採用教科書的活動內容，順著教學流程走，但卻未完全掌握活動目標。這樣的具體例子，出現在現場的教學中，非常頻繁（更多的例子請參見林碧珍、蔡文煥，1999；林碧珍等人，1999）。諸如，素素老師在 3 月 18 日的教學目標是「以 50 以內的量為起點，逐次累加十，建立 100 以內的數詞。」（康軒文化，1998，p.35）。從她的佈題內容及事後與她晤談的內容可以看得出她對活動目標掌握能力的不足。以下是她的佈題：

如果將一條橘色積木當作 10 個阿兵哥，

- (1) 現在需要 50 位阿兵哥打仗，需要拿幾條橘色積木？
- (2) 有 60 位阿兵哥幫忙搬大石頭，需要拿幾條橘色積木？
- (3) 有 70 位阿兵哥幫忙搬超級蛋糕，需要拿幾條橘色積木？
- (4) 有 80 位阿兵哥幫忙搬果汁，需要拿幾條橘色積木？
- (5) 有 90 位阿兵哥幫忙搬飛機殘骸，需要拿幾條橘色積木？
- (6) 有 100 位阿兵哥幫忙搬家，需要拿幾條橘色積木？

這一次的教學討論會，芬芬認為素素老師這樣的佈題無法幫助學生建立「以逐次累十」建立「100 以內的標準數詞序列」的概念，芬芬具體地提出另一個比較能夠達成活動目標的佈題方式：

將一條橘色積木當作 10 個阿兵哥，營隊裡已經有 50 位阿兵哥，

- (1) 還需要 10 位阿兵哥來幫忙搬大石頭，搬大石頭的有幾位阿兵哥？
- (2) 還需要 10 位阿兵哥來幫忙搬超級蛋糕，搬超級蛋糕的有幾位阿兵哥？
- (3) 還需要 10 位阿兵哥來幫忙搬果汁，搬果汁的有幾位阿兵哥？
- (4) 還需要 10 位阿兵哥來幫忙搬飛機殘骸，搬飛機殘骸的有幾位阿兵哥？
- (5) 還需要 10 位阿兵哥來幫忙搬搬家，搬搬家的有幾位阿兵哥？

這樣的討論內容，確實有助於成員看到自己的盲點，並澄清之；這樣的討論方式，也能促進教學者對日後教學的省思。例如，這樣的討論方式確實得到素素

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

老師的認同，她在一次的晤談中透露出：

“從討論中才知道自己的盲點，和確實盲點的地方。例如：像教 50 個小兵的那一題，本來以為這樣的佈題會比較活潑，可是並沒有考慮到，其實重要的是「50 個又來了 10 個小兵，是多少個？」、「60 個小兵又來了 10 個小兵要搬運木材，是多少個小兵？」而我直接用「50 個小兵，60 個小兵搬運石頭，60 個小兵搬運木材」並沒有注意「又十」的概念。”（素素，晤談記錄，990319）

澄清四：「兩階單位」

當孩子的學習無法達成教師原先的預期時，孩子的無能或缺乏努力經常為教師用來說明自己教學效能低落的原因。殊不知，教師數學教學專業知識的缺乏亦是另一個主要的原因。在我們成長團體討論會，曾經備受矚目且被視為是師資培育的珍貴教學材料（林碧珍、蔡文煥，1999）的『教學案例』，是在一個實際的教學情境下發生的。教學案例在於刺激使用者的思考，目的是造成認知上的不平衡而能做更深入的深思。有一則教學案例是在三月份惠惠老師的一節課的教學中發展出來的，當時是進行一年級下學期第二單元數到 100，活動目標為能將 100 以內的數量分解成『幾個十』和『幾個一』。在教學過程中，當惠惠請小朋友拿出 68 支吸管時，小朋友有能力拿出了 6 捆 8 支吸管，但當惠惠問小朋友：68 支吸管是幾捆幾支時？小朋友答不出的反應，令惠惠相當的震驚，她在會中以極為沮喪又激動的描述：

“明明東西就擺在桌上，為什麼小朋友回答不出來？（惠惠，討論會記錄，990315）。”

當時，在場的所有成員對於惠惠的問題，幾乎都無法說明。直至研究者以從事編輯教科書的經驗提出說明，才使得教師們明瞭問題所在。這些說明包括：幾捆幾支涉及到兩階概念，在課本有關做數之教材，只偏重在分解問題上（68 支吸管是幾捆幾支？）。而在學習數的分解問題前，孩子並沒有被提供學習合成問題的機會（如 5 捆 4 支是幾支吸管？）。從孩子學習的觀點，合成問題應當在分解問題之前先建立好，所以孩子在經驗不足之下，當然無法回答。這個案例的分析對所有的成員都相當的震撼。又又老師在自我成長的報告中提到：

“之前，在《低年級的課程概說》中，曾看過黃敏晃教授提及小朋友兩階概念的解題思考是在一階概念之上，但卻無法理解，具體物明明擺在眼前，對不了解孩童認知的我及教師而言，這簡直是天方夜譚。經歷過這件事，使我對兩階概念的發展階段有較清楚的認識，也使我對課程的編纂，有不同的看法。（林碧珍等人，1999）”

澄清五：「展開圖」

在成長團體討論會上，當我們針對教室觀察中的教學問題進行討論時，開始，成員都不容易看到自己的疏漏，但經由討論後，可以感受到成員們都是由挫折中

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

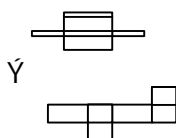
帶著豐盈的心情滿載而歸。又又老師進行四年級的展開圖之教學案例, 至今仍很清晰地在我腦中盤繞, 這節課的教學流程分為三個階段, 第一: 允許孩子剪開盒子再重新組合。第二: 請小朋友將各種不同的展開圖貼在大白板上。第三: 請小朋友完成一張學習單。又又老師在討論會上當在解釋學生完成的學習單時, 已很得意的神情表達了她的學生以自己的觀點及以自己的想法在解題, 我們可以感受到她的那份成就感。這節課的教學在討論會中, 她的原先的認知與做法經過了一番來回穿梭的舉例、說明、解釋、辯證、澄清後, 又又在自我成長報告中的反省, 提到她自己的覺悟, 她說: 這節課的教學她犯有三點缺失和誤解: 一、沒弄清楚展開圖的意義。二、請小朋友找出各種不同的展開圖時, 無意中是在要求小朋友去窮畫它的隱藏性目標。三、在允許剪掉一片片的盒子, 再重新組合, 已經失掉展開圖的真正意義了。又又除了從這次的討論會知道自己教學的疏失和誤解外, 更從中的辯證過程, 而逐一澄清了上述的三點:

1. 面與面相接是在剪開盒子的過程中的必要條件。
2. 這個單元的教學, 不在於窮畫所有的展開圖, 而在讓孩子知覺到一個盒子有不同的展開圖。
3. 展開圖是要孩子去體會到由三度空間的『體』轉換成二度空間的『面』的結果。在引入展開圖的教學時, 應著重在『體 面』的經驗, 而剪掉盒子的每一片的面, 再組合, 則是著重在『面 體』的教學, 這兩種是不同的。

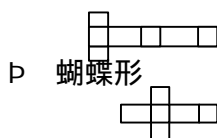
在結尾時, 又又娓娓地道出: 我才真正弄清楚展開圖是要孩子去感受、去體驗『展開』的感覺 (林碧珍等人, 1999)。

當小朋友被要求將課堂進行的展開圖, 依其喜愛度將自己喜歡的兩種展開圖繪在學習單上之後。成員們以每組 3 人的合作學習方式將 36 位小朋友所喜歡的兩種展開圖進行分類並分析。在玲玲的這一組三個人將學生喜歡的兩種展開圖共分為六類, 它們分別是:

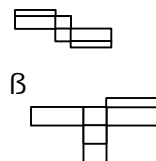
Ü 十字型



Ü 蜻蜓形、T字形



Ü



Y

P

蝴蝶形

B

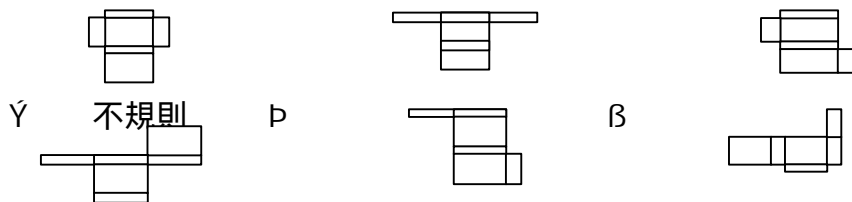
在素素的這組也分成六類:

Ü 蝴蝶型

Ü T字形

Ü 兩邊翅膀沒有在同一個排, 一左一右





隨後，兩組說明依自己分類的各個展開圖之間的差異，並且被詢問：「兩組的六類是否相同？」，又又的學生最喜歡的兩種展開圖是長得什麼樣？再者，為什麼又又老師想要去知道學生最喜歡的是哪兩種的展開圖？對您的教學啟示是什麼？...等等，這些一連串的問題，激盪小組的成員去思考。本研究將這些曾經引起教師爭辯性的專業對話之問話、造成教師認知衝突而促成教師成長的具體事例，撰寫為本研究所言「教學案例」之一種形式 - - 『教師對學生解題類型的分析。』附錄一的教學案例是針對又又老師的展開圖教學及曾在討論上引起爭辯的問題。本教師專業發展的方案所發展的其他三種教學案例類型為：(1) 學生對其他學生解題方法的分析 (2) 教師教學方式得不同處理 (3) 對話式的教學。有關教學案例從無至有的形成過程及各種類型的範例請參見林碧珍、蔡文煥 (1999) 的文章。

## 伍、結論與省思

### 一、結論

依據本研究發現而歸納的主要結論是：協同數學成長團體的互動可以促進教師數學教學知識的發展，和教師對學生學習的敏感度的提昇。在本文提及之教師數學教學知識（對課程的認知；小組合作學習；具體活動、表徵活動、與抽象運思活動的區分、教學目標的掌握、展開圖及兩階單位的認知）提升的程度端視於這個團體涉及的五個層面：(1) 在研究期間每位成員確實行動『以學生為被觀察焦點的教學觀察』的發展、形成『教學案例』的討論、學生解題的各種類型之分析。(2) 教師對實踐行動所作的個人省思程度。(3) 造成成員間認知衝突機會的多寡。(4) 成員間社會互動的頻率。(5) 教師原先在初加入協同數學成長團體時的發展階段是否與在團體中進行的活動所處的階段相符合，這五個層面是本研究所發現的造成教師之間成長的差異。

(一) 協同數學成長團體的成員們『齊聚』於『成員』的教室，觀察『現場教

學』是為能幫助教師從觀察的焦點放在教師本身轉移至教學者，和增進教師間良好互動的必要條件。『齊聚』使成員間比較容易凝聚於討論會上討論的焦點上。被觀察的對象是『成員』，更能集中觀察的注意力，也能讓觀察的事件更深入。

(二) 本研究培養教師的『以學生為主的教室觀察』的觀察知識與技能，所採取的方式是：

1. 教師們一開始被邀請到師院進行觀察研究者的『數學科教材教法』的教學，這一次的觀察確實有助於減低教師們日後教學觀察的恐懼感，而且有利於研究者被教師們視為是他們學習的伙伴；更重要的，提供教師們觀察到一個進行以學生為中心的教學取向的教學情境。
2. 觀察的情境移入核心參與教師的教學，是採用漸進式的。為了避免教師教學被觀察的恐懼感，在觀察情境的安排有特別的考慮，首先是研究者的教學，然後是一位較具信心有經驗的又又老師的教學，最後才進行至四位一年級老師的教學觀察。
3. 每次觀察後，研究者將每位成員的觀察記錄彙整後，逐一詳列成員們觀察的要點並製作成投影片，於下一次的成長團體討論會提供成員們再次回顧與澄清，這是幫助成員們獲得教室觀察知識的有效方法之一。

(三) 『教學案例』是教室觀察後，依據討論會討論與教學相關的議題撰寫成書面的形式。『教學案例』的形成過程，有助於教師對教學情境的瞭解，因而有助於教師和教學情境中所採取的行動。本研究發現：透過「展開圖」的教學案例的發展，教師能將教學關注的焦點逐漸從教師的身上轉移至學生的學習，讓教師更了解學生的學習狀況，更有能力去解決學生的問題。Cobb, Wood, Yackel (1993) 曾經提出：教師在教室中若沒有分析與教學相關的事件是沒有辦法說明學生的學習。本研究所發展出的每一則教學案例，正是教師們在教室中分析有關教學與學習。

(四) 教師的個人省思程度是本研究發現造成教師之間成長的差異。雖然數學成長團體的每位教師均逐漸的在成長，但他們之間的成長速度不同，蓉蓉和惠惠老師在加入成長團體時，一樣有實踐兩年新課程的經驗，在研

究期間由於兩人的省思程度不同，蓉蓉老師每次教學後，立即要求研究者提供她自己的教學錄影帶，以反省檢討她自己的教學，她是成長團體中主動向研究者索閱與教學相關資料次數最頻繁的一位成員，這是她反省機會比其他成員還要多的事實；在被要求去完成一份研究需要的作業時，蓉蓉老師的作業單上往往是內容最豐富、最用心思考的一位成員，這是她的省思程度與其他成員不同的例證。

(五) 每位研究教師在初入成長團體時所在的發展階段不同，也是本研究用來解釋教師之間成長的差異性。芬芬、惠惠、蓉蓉老師在初入成長團體時，無法面對家長的壓力、教學資源的缺乏、班級經營的困擾等阻力無法克服，他們比較屬於處在「教學任務關注」的發展階段，因而不易接受屬於更高一層次強調學生學習的「學生關注」階段 (Fuller & Bown, 1975)。在加入成長團體後，協同成長團體是在協助他們發展至較高層次的關注於學生學習特性、關心學生解題的「時間差」及「路徑差」。

(六) 教師參加數學成長團體的「意願」與「合作」程度是促進教師專業成長的必要條件而非充分條件。素素老師是核心參與教師中有最高的合作態度，「知」與「行」不合一她的最好寫照。她很容易接納一個新的觀點，她也同意小組的互動有助於學生的學習，但在其現場教學的觀察中，發現她與學生進行有效學習的互動很少，大部分的時間花在教室常規的維持上，在教室中較關注於自己是否能存活的問題，在討論會上她是屬於較沈默的一位成員，她的專業成長階段比較像處於「自我關注」和「教學任務關注」之間的發展階段；然而，協同成長團體是在幫助教師發展至最高發展階段的「學生關注」階段。依據教師成長發展理論，成長是有一定的發展順序 (Perry, 1970; Fuller & Bown, 1975)，故素素老師難以自「自我關注」階段直接躍升至「學生關注階段」，這是解釋一位老師雖有極高的意願及合作態度參與協同成長團體，但卻難以實踐此團體達成共識的活動，而有「知」與「行」的不合一。

## 二、研究者的省思

Cobb & McClain (1999)主張教師的改變和成長應當被視為是如同一個社群的活動。教師的專業發展涉及到兩種社群活動，一是專業的教學社群 (教室)，另一

林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

是學校組織的社群 (學校)。在本研究中所涉及的專業的教學社群就是協同數學成長團體, 教師學習的發生主要是在教室中與學生互動的情境下產生。然而除此之外, 教師專業社群的活動之實踐也必需同時涉及到學校組織的社群。協同數學成長團體在進行活動時, 需要學校組織協調配合的事項有: 教學資源的提供 (小白板, 教學需要的教具) 行政人員給予參與研究教師精神上的鼓勵、教育局核發參與研究教師之研習進修點數記分。

從專業的教學社群和學校組織的社群的兩個社群分析, 提供教師專業成長的數學成長團體, 在本研究是以一個學校為中心並且盡量以一個年級為主, 其優點為: 當新的行動要落實時, 比起跨學校組成的數學成長團體, 容易造成聲勢, 容易實施。因為教師彼此間歧異的觀點已在團體中逐漸地建立共識, 理念逐漸趨於一致。但是教師間於同一時間齊聚需於同一個觀察教室, 這時, 每位參與教室觀察的教師在該時段該教學的班級, 需自行調課或排代課教師, 則是以學校為中心組成的數學成長團體所必須面臨的最大問題。

數學成長團體是教師共同成長的地方, 然而成員間互動的品質維繫著教師專業成長的速度。如何維持教師間的專業對話是研究者在研究期間經常深思的問題。在成長團體討論會上, 「有好東西就要和好朋友分享」是研究者鼓勵成員踴躍表達意見所秉持的原則。在成長團體剛成立時, 教師們常會有教不出作業, 擔心討論時講不出話來, 教學被觀察實有被觀察的壓力, 但我們一路走了下來, 雖然覺得很辛苦, 但是我們覺得很踏實, 因為一年下來我們都覺得自己成長了很多, 也看到其他成員進步很多。在成長團體討論會上, 我們都會有一種很棒的感覺, 那就是「為什麼我都不曾認為它是問題的問題, 但從學生認知的觀點它卻是教學上的重要問題」。

## 伍、參考文獻

### 一、中文部分

支毅君 (1998) : 國小數學教學實踐課程開發研究 - 估算部分。國科會八十七年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要, pp.185-188。

呂玉琴 (1994) : 國小教師分數教學之相關知識研究。未出版的博士論文。國立台灣師範大學科學教育研究。

呂玉琴、譚寧君 (1996) : 國小教師對學生數學認知知識了解之探討。國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號 NSC84-2513-152-002。

林福來、黃敏晃、呂玉琴 (1992) : 師院新生的初等數學能力。 國教學報, 第四期, pp.1-21

- 林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報 , 第十三期 , pp.115-148. 國立新竹師範學院。
- 。
- 林碧珍 (1998) : 「國小數學科教材教法」課程的實踐與反省——從國小師資班兩位職前教師的數學日誌談起。 第十四屆科學教育學術研討會會議手冊及短篇論文彙編 , pp.332-340. 國立高雄師範大學科學教育研究所。
- 林碧珍、蔡文煥 (1999) : 以學校為中心的小學教師專業發展模式。論文發表於 1999 數學教師教育國際學術研討會。國立台灣師範大學數學系。
- 林碧珍 (1999, 付梓中) : 一個以學童認知為基礎的小學教師專業發展模式。論文出版於 88 學年度師範教育學術論文發表會論文集。國立台北師範學院。
- 林碧珍、蔡文煥、施又齡、廖瓊雯、陳美玲、林美蓉 (1999, 付梓中) : 一群和我們在數學成長團體中成長的小學教師。論文將出版於 88 學年度師範教育學術論文發表會論文集。國立台北師範學院。
- 林燈茂、曹宗萍 (1996) : 國小職前教師的「機率概念教學知識」與「機率概念知識」之初探。論文發表於八十五學年度師範學院教育學術論文發表會。台東師範學院。
- 。
- 張英傑 (1990) : 國小教師數學科基本教學能力之探討與評量工具之設計 (I)。國科會專題研究計畫報告, 計畫編號 NSC78-0111-S-152-03A。
- 教育部 (1993) : 國民小學課程標準。台北市: 台捷。
- 黃永和 (1996) : 國小實習教師數學學科教學知識之個案研究。國立新竹師範學院初等教育研究所碩士論文(未出版)。
- 黃幸美、周筱亭 (1997) : 台灣區國小教師的數學知識、數學教學知識及其對兒童數學知識的認知之現況研究。國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號 NSC85-2513-S-081B-001。
- 楊瑞智 (1998) : 國小數學教學實踐課程開發研究 - 分數之加減乘除法部分。國科會八十七年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要, pp.261-268。
- 劉曼麗 (1998) : 國小數學教學實踐課程開發研究 - 小數認識及加減部分。國科會八十七年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要, pp.122-130。
- 劉曼麗和黃金鐘 (1996) : 國小數學教師培育及檢定模式研究子計畫一: 師院生的小學數學知識現況研究。國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號: NSC85-2513-S-153-001
- 。
- 甯自強 (1998) : 國小數學教學課程開發研究 - 整數的除法部分。國科會八十七年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要, pp.253-260。
- 劉好 (1990) : 小學教師數學基本能力之調查分析。國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號: NSC78-0111-S-142-02A。
- 劉祥通 (1998) : 國小數學教學實踐課程開發研究 - 比例部分。八十七年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要, pp.302-367。
- 劉祥通、周立勳 (1997) : 數學寫作活動 - 國小數學教學的溝通工具。 國立嘉義師範學院國民教育研究所學報 , 3 , 239-260。
- 鍾靜 (1995) : 國小教師面對數學新課程之因應。 國教學報 , 第七期 , pp.1-16。
- 鍾靜和朱建正 (1996) : 小學數學課程改革下之教師成長研究 ( )。國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號: NSC84-2511-S-152-007 。

- 林碧珍 (2000) : 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。
- 鍾靜和朱建正 (1997) : 小學數學課程改革下之教師成長研究 ( )。國科會專題研究計畫成果報告, 計畫編號: NSC85-2511-S-152-008。
- 蕭昭君 (1998) : 我國小學數學教育改革的推廣研究 - 人在改革現場的定位與意義。 國立花蓮師範學院初等教育學系論文發表會。
- 譚寧君 (1998) : 國小數學教學實踐課程開發研究 - 長度與面積部分。國科會八十七年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要, pp.269-274。
- 饒見維 (1996) : 教師專業發展 - 理論與實際。台北: 五南。

## 二、英文部分

- Anzi, Y., & Simon, H.A. (1979). The theory of learning by doing. Psychological Review, 86,124-140.
- Brown, C. A. & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp.209-239). NY : Macmillan.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C.P., & Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. American Educational Research Journal, 26(4), 499-532.
- Chang, I.J. (1997). Prospective Elementary Teachers' Knowledge of Multiplicative Structures in Taiwan. Unpublished doctoral dissertation, University of Minnesota.
- Cobb, P. & McClain, K. (1999). Supporting teachers' learning in social and institutional context. The Proceedings of the 1999 International Conference on Mathematics Teacher Education, pp. 7-75. Taipei: Taiwan.
- Cobb, P. & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. Journal for Research in Mathematics Education, 14, 83-94.
- Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In N. Minick, E. Forman, & A. Stone (Eds.) , Education and Mind: Institutional, Social, and Developmental Processes (pp. 91-119). New York: Oxford University Press.
- Cochran, K. H., DeRuiter, J. A., & King, R.A.(1993). Pedagogical content knowledge: An integrative model for teacher preparation. Journal of Teacher Education, 44(4).
- Cohen, L. & Manion, L. (1984). Action Research. In Bell, et al. (Eds.), Conducting Small-Scale Investigations in Educational Management. London: Open University.
- Elliott, J. (1993). Professional development in a land of choice and diversity: the future challenge of action research. In D. Bridges & T. Kerry (Eds.) Developing Teachers Professionally, 23-50. London: Routledge.

- 林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。
- Fennema, E. & Franke, M. U. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D.A. Grouws (Ed.). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, 147-164. NY: Macmillan.
- Fuller, F. & Bown, O. (1975). On becoming a teacher. In K. Ryan (Ed.). Teacher Education (The 74<sup>th</sup> yearbook of the National Society for the Study of Education, pp.25-52). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1985). Naturalistic inquiry. Beverly Hills, CA: Sage Publication.
- Habermas, J. (1971). Knowledge and Human Interest. Boston: Beacon.
- Jansweijer, W., Elshout, J. J., & Wielinga (1990). On the multiplicity of learning to solve problems. In H. Mandl et al.(Eds.), Learning and Instruction (Vol.2.1 pp.127-146). Oxford:Pergman.
- Leu, Y. (1999). The influence of Buddhism on an elementary mathematics teacher's professional development. The Proceedings of the 1999 International Conference on Mathematics Teacher Education, pp. 332-353. Taipei: Taiwan.
- Leung, S. (1999). Integrating problem posing into the elementary curriculum: Teachers as action researchers in a dissemination project. The Proceedings of the 1999 International Conference on Mathematics Teacher Education, pp. 364-381. Taipei: Taiwan.
- Liu, M. L. (1995). Nonscience-major Preservice Elementary Teachers' Knowledge of Decimals in Taiwan. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia.
- Marks, R. (1990). Pedagogical Content Knowledge in Elementary Mathematics. Unpublished doctoral dissertation, Stanford University.
- Miles, M. & Huberman, A. (1994). Qualitative Data Analysis. CA: Sage.
- Noffke, S. & Zeichner, K. (1987). Action research and teacher thinking, paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association, Washington, DC.
- Perret-Clermont, A. N. (1980). Social Interaction and Cognitive Development in Children. NY: Academic Press.
- Perry; W. G. (1970). Forms of Intellectual and Ethical Development in the College Years: A Scheme. New York, NY: Holt, Rinehart, and Winston.
- Piaget, J. (1970). Piaget's theory. In P.H. Mussen (Ed.), Carmichael's Manual of Child Psychology (3<sup>rd</sup> Ed.) Vol.1,pp.703-732.,NY: Wiley.
- Polya, G.(1965). Mathematical Discovery: On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving, NY: John Wiley & Sons.

- 林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。
- Patton M. Q. (1990). Qualitative Evaluation and Research Methods. Thousand Oaks, CA: Sage Publication.
- Rorty, R. (1979). Philosophy and the Mirror of Nature. Princeton: Princeton University Press.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15, 4-14.
- von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity, In C. Janvier (Ed.) Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- von Glasersfeld, E. (1991). Abstraction, re-presentation, and reflection : An interpretation of experience and Piaget's approach. In L. P. Steffe ( Ed. ) Epistemological Foundations of Mathematical Experience ( pp.45-67 ) . New York, Springer-Verlag.
- Vygotsky, L. S. (1978). Mind in Society. Boston, Harvard University.
- Wang, L. C. (1998). Taiwanese Elementary Teachers' Mathematics Beliefs and the Relationship to Instructional Practices in the Context of Constructivist Curriculum Change. Unpublished Doctoral dissertation University of Maryland.
- Wittmann, E. C. (1989). The mathematical training of teachers from point of view of education. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik, 10, 291-308.
- Zeichner, K. M. (1993). Action research: Personal renewal and social reconstruction. Educational Action Research, 1(2),199-219.



## 附錄一

### 這些展開圖有什麼不一樣？

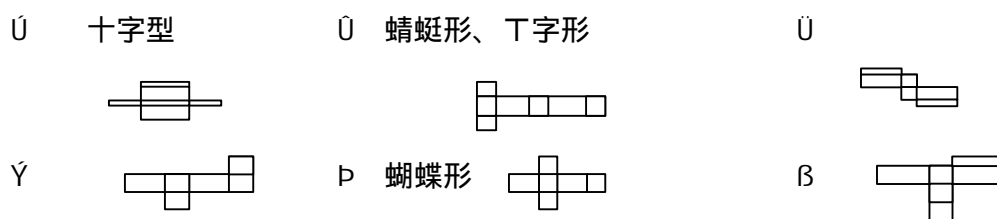
又又老師在進行四年級的展開圖教學的教學目標是：一個長方體盒子有多種展開圖和能找出什麼樣的展開圖可以組合成一個長方體。

又又老師的教學流程是：

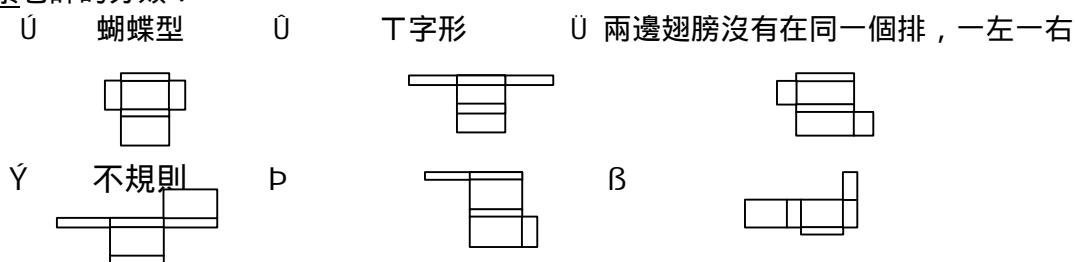
- (1) 每組的每位學生將帶來的盒子一片一片的剪開
- (2) 每人將剪下的六片重新拼排並能組合成一個盒子，然後將此六片用膠帶黏成一個展開圖
- (3) 各組將每人做出的展開圖貼在小組的小白板上，然後揭示各組的展開圖。
- (4) 每人找出自己喜歡的兩種展開圖，並將它們畫在學習單上。

下面是玲玲和素素老師從學生的 36 張學習單上，將學生比較喜歡的兩種展開圖分類：

玲玲老師的分類：



素素老師的分類：



### 問題討論

- (1) 從一個長方體盒子以面和面相接的原則剪開成一個展開圖，和將它一面一面的剪下再拼成可組合為盒子的展開圖 您是否認為此兩者對立體到展開圖的認識都具有相同的意義

A COLLABORATIVE ACTION RESEARCH OF A TEACHER EDUCATION  
PROGRAM FOR ENHANCING TEACHERS PROFESSIONAL DEVELOPMENT IN  
MATHEMATICS TEACHING

Pi-Jen Lin

Department of Mathematics and Science Education

National Hsin-Chu Teachers College

ABSTRACT

The purpose of the study was to develop teachers' knowledge of children's cognition of mathematics, to implement effectively the integration of three aspects of teachers' knowledge – mathematics, pedagogical mathematics and psychological knowledge into classroom, and to put "children thinking" emphasized on the curriculum reform into practice. A mathematics team consisted of the investigator and seven teachers of an elementary school of Hsin-Chu city. Mathematics classroom of each teacher is the context for triggering the issues of teaching and learning of mathematics. Regular weekly meetings are for discussion and dialects when we encountered conflicts of cognition. Making classroom observations, developing cases of teaching, analyzing patterns of children's solutions were three main activities engaged in the study. Methods of data collection included verbatim transcription of the team meetings, teachers' interviews, classroom observations, research journals, and teacher's mathematics journals. Multiple triangulation on source, method, and analyst were used to validate the data. The quality change of teachers' conceptions was the major focus of documenting teachers' growth.

林碧珍 (2000): 在職教師數學教學專業發展方案的協同行動研究。 國立新竹師範學院學報, 第十三期, pp.115-148. 國立新竹師範學院。

It is found that teachers had better understanding on curriculum reform, more aware of children's understanding. Developing cases of teaching was a good approach to facilitate teachers' reflective thinking and teachers' sensitive to children's learning. Analyzing patterns of children's solutions was able to reinforce teachers' understanding of children's thinking and to acquire teachers' knowledge of mathematics.

Key words: Collaborative action research; professional development; Cases of teaching